
Dažādu koku sugu meža elementu vidējā caurmēra augšanas gaitas modelis

Jānis Donis^{1*} un Guntars Šņepsts¹

Donis, J., un Šņepsts, G., 2015. Dažādu koku sugu meža elementu vidējā caurmēra augšanas gaitas modelis. *Mežzinātne* 29, 119–135.

Kopsavilkums. Tā kā pēdējos gadu desmitos Eiropā ir mainījusies koku augšanas gaita un mežsaimnieciskā darbība Latvijā kļuvusi intensīvāka, ir nepieciešams izstrādāt jaunus meža elementu taksācijas rādītāju aktualizācijas modeļus.

Pētījuma mērķis – izstrādāt statistiski ticamus un korektus Latvijā nozīmīgāko koku sugu vidējā caurmēra augšanas gaitas modeļus.

Pētījumā izmantoti dati par 3680 meža elementiem no 2390 atkārtoti pārmērītiem MSI (meža statistiskā inventarizācija) parauglaukumiem, kā arī par 8449 MSI parauglaukumu tiešā tuvumā augošo koku radiālo pieaugumu mērījumiem no 850 parauglaukumiem. Meža elementa vidējā krūšaugstuma caurmēra augšanas gaitas aproksimācijai izstrādāti *Chapman-Richards* un *Hossfeld IV* vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļi, turklāt šos modeļus vēl papildinot ar audzes relatīvās biežības rādītāju. Modeļi izstrādāti parastās priedes (*Pinus sylvestris* L.), parastās egles (*Picea abies* (L.) Karst), bērza (*Betula* spp.), melnalkšņa (*Alnus glutinosa* L.), apses (*Populus tremula* L.) un baltalkšņa (*Alnus incana* L.) I stāvā esošajiem meža elementiem.

Par piemērotāko meža elementu vidējā caurmēra augšanas gaitas modelēšanai atzīts *Hossfeld IV* vienādojuma vispārinātās algebriskās diferences pieejas modelis, kas papildināts ar audzes I stāva relatīvās biežības rādītāju. Šī modeļa vidējā novirze ir robežās no 0,02 cm līdz 0,15 cm, bet vidējā procentuālā novirze – no 0,07 % līdz 0,54 %. Visām koku sugām modeļa prognozētā caurmēra novirze (starpība starp uzmērīto un prognozēto caurmēru) vairāk nekā 90 % meža elementu neatšķiras vairāk par desmit procentiem.

Raksturvārdi: vidējais caurmērs, augšanas gaita, vispārinātās algebriskās diferences pieejas modelis.

•••

Donis, J.^{2*}, and Snepsts, G.² **Mean diameter growth model for different forest tree species.**

Abstract. For forest inventory data updating in Latvia are used equations elaborated in 1970-ties. Whereas there is evidence that over the last decades growth of forest trees has

¹ Latvijas Valsts mežzinātnes institūts “Silava”, Rīgas iela 111, Salaspils, LV-2169, Latvija;

* e-pasts: janis.donis@silava.lv

² Latvian State Forest Research Institute “Silava”, 111 Riga str., Salaspils, LV-2169, Latvia;

* e-mail: janis.donis@silava.lv

changed in the Europe and forestry activities in Latvia has intensified, there is a need to develop new forest inventory data updating models.

The study aims to develop a statistically reliable and correct mean quadratic diameter growth model for Latvia`s commercially most important forest tree species.

The study used data on 3680 forest elements (tree cohorts) from 2390 re-measured NFI (National forest inventory) sample plots, as well as the measurements of radial increment of 8449 trees from immediate vicinity of 850 NFI plots. For approximation of growth of breast height diameter Chapman-Richards and Hossfeld IV equation were used. We used generalized algebraic difference approach, but to improve model performance we tested the relative stand density index as additional variable. Models were developed for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.), Norway spruce (*Picea abies* (L.) Karst), birch (*Betula* spp.), black alder (*Alnus glutinosa* L.), common aspen (*Populus tremula* L.) and gray alder (*Alnus incana* L.). Parameters were calculated using SPSS14 tool Advanced regression.

As the most appropriate diameter growth model was recognized Hossfeld IV equation generalized algebraic difference approach model, supplemented with relative density ratio of the stand`s main canopy. This model average deviation is within the range of 0.02 cm to 0.15 cm, while the average percentage deviation from 0.07 % to 0.54 %. For all tree species model predicted a mean deviation (the difference between the surveyed and projected diameter) more than 90 % of the forest elements did not differ by more than ten percent.

Key words: the mean quadratic diameter growth, the generalized algebraic difference approach model.

•••

Донис, Я.^{3*}, и Шнепстс, Г.³ **Модель хода роста среднего диаметра лесных элементов разных пород деревьев.**

Резюме. Ввиду того, что в последних десятилетиях в Европе изменился ход роста деревьев и учитывая, что в Латвии более интенсивной стала лесохозяйственная деятельность, необходима выработка новых моделей актуализации таксационных показателей лесных элементов.

Цель данного исследования – выработать статистически достоверных и корректных моделей хода роста среднего диаметра для самых значимых пород деревьев Латвии.

В исследовании использованы данные про 3680 лесных элементов от 2390 повторно обмеренных пробных площадей MSI (статистическая инвентаризация леса), а также данные обмера радиального прироста 8449 вблизи пробных площадей MSI растущих деревьев от 850 пробных площадей. Для аппроксимации хода роста среднего диаметра лесного элемента на высоте груди выработаны модели обобщенной алгебраической разности уравнений *Chapman-Richards* и *Hossfeld IV*, притом модели дополнены с показателем релятивной густоты насаждения. Модели выработаны для лесных элементов

³ Латвийский государственный институт лесоведения «Силава», ул. Ригас 111, Саласпилс, LV-2169, Латвия; * эл. почта: janis.donis@silava.lv

сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris* L.), ели обыкновенной (*Picea abies* (L.) Karst), берёзы (*Betula* spp.), черной ольхи (*Alnus glutinosa* L.), осины (*Populus tremula* L.) и белой ольхи (*Alnus incana* L.), произрастающих на первом ярусе насаждения.

Самым подходящим для моделирования хода роста среднего диаметра лесных элементов признан модель обобщенной алгебраической разности уравнения *Hossfeld IV*, который дополнен с показателем релятивной густоты первого яруса насаждения. Среднее отклонение этой модели находится в пределах от 0.07 % до 0.54 %. Прогнозируемое отклонение диаметра для всех пород деревьев модели (разность между измеренным и прогнозированным диаметром) у более чем 90 % лесных элементов не превышает 10 %.

Ключевые слова: средний диаметр, ход роста, модель обобщенной алгебраической разности.

Ievads

Adekvātai mežsaimniecisko darbību seku paredzēšanai un lēmuma pieņemšanai, plānojot mežsaimnieciskās darbības, nepieciešami pietiekami precīzi mežaudžu un atsevišķu meža elementu taksācijas rādītāju (*D, H, G, M*) prognožu modeļi. Pašreiz Latvijā Meža valsts reģistra datu bāzē izmantotie meža elementu taksācijas rādītāju aktualizācijas modeļi (Матузанис, 1988) izstrādāti uz pagājušā gadsimta 60.-70. gados vienreiz uzmērītu parauglaukumu datiem, tādēļ nav iespējamas adekvātas mežaudzes taksācijas rādītāju izmaiņu prognozes jaunākajās un vecākajās audzēs (Donis, Šņepsts, 2014). Piem., priedes un egles augšanas gaita prognozējama no 20 gadu krūšaugstuma vecuma, bet bērza augšana prognozējama no 25 gadu krūšaugstuma vecuma. Modeļi paredzēti prognozēm laika periodam līdz 10 gadiem. Paredzamā caurmēra vērtība ir atkarīga no uzmērītā caurmēra aktualizācijas perioda sākumā un audzes krūšaugstuma (1,3 m augstumā virs sakņu kakla) vecuma gados (Матузанис, 1988). Tā kā pēdējos gadu desmitos koku augšanas gaita Eiropā ir mainījusies (Spiecker, 1999, Pretzsch,

2009) un mežsaimnieciskā darbība Latvijā kļuvusi intensīvāka, ir nepieciešams izstrādāt jaunus meža elementu taksācijas rādītāju aktualizācijas / augšanas gaitas modeļus.

Latvijā kopš 2004. gada tiek veikta meža statistiskā inventarizācija (MSI), kuras laikā līdz 2013. gadam regulārā tīklā ir divreiz ar piecu gadu intervālu uzmērīti vairāki tūkstoši parauglaukumu. Šie dati izmantojami, lai izstrādātu jaunus meža elementu taksācijas rādītāju aktualizācijas modeļus, kas adekvāti atspoguļotu augšanas gaitu pašreizējos meteoroloģiskajos apstākļos.

Augšanas gaitas modeļu iedalījums aprakstīts daudzās publikācijās (Porte, Bartelink, 2002; Hasenauer, 2006; Pretzsch, 2009 u.c.). Lai arī to iedalījums ir atšķirīgs, kopumā statistiskie audzes līmeņa augšanas gaitas modeļi grupēti kā izmēru klašu, visas audzes, disagregatīvie un atsevišķu koku modeļi. Pēdējie divi modeļu veidi pēc to telpiskajām prasībām iedalīti distances atkarīgajos un distances neatkarīgajos modeļos (Porte, Bartelink, 2002). Ņemot vērā Latvijas mežsaimniecībā lietotās meža inventarizācijas sistēmas (audžu inventarizācija un meža statistiskā inventarizācija) un tajās iegūto datu struktūru, no MSI

parauglaukumu datiem par piemērotākajiem meža elementa taksācijas rādītāju aktualizācijas modeļu izveidei izvēlēti audzes līmeņa modeļi, pamatojoties uz vidējā koka modeli. Audzes vidējo rādītāju attīstības gaitas modelēšanā caurmēra augšanas gaitas vienādojumiem būtu jāatbilst šādiem principiem (Elfving, Kiviste, 1997; Кивисте, 1988):

- definīcijas apgabals $A \geq 0$;
- vērtību apgabals $D \geq 0$;
- augšanas funkcijai $y(A)$ jāsākas koordinātu sākumpunktā $y(0) = 0$;
- augšanas funkcijai $y(A)$ jābūt augošai $y'(A) \geq 0$;
- augšanas funkcijai $y(A)$ jātuvojas asimptotai, kas ir paralēla vecuma asij;
- augšanas funkcijai jāuzrāda viens pārlietuma punkts;
- tekošajam pieaugumam $y'(A)$ jāsākas koordinātu sākumpunktā $y'(0) = 0$;
- tekošā pieauguma $y'(A)$ maksimumam T jāuzrāda pa vienam pārlietuma punktam pa labi un pa kreisi no tā.

Caurmēra pieaugumu ietekmē virkne faktoru, it īpaši koku skaita izmaiņas – kā pašizretināšanās, tā arī saimnieciskās darbības dēļ (Rodriguez Soalleiro *et al.*, 2000; Zeide, 2001; Castedo Dorado *et al.*, 2005). Tādēļ caurmēra pieauguma modelēšanai par piemērotākajiem ieteikti daudzlīmeņu nelineārie modeļi (Zhao *et al.*, 2005; Hynnynen *et al.*, 2002). Tomēr šāda tipa modeļi ir komplicēti, un tajos ne reti ietilpst virkne rādītāju, kas meža inventarizācijā un tradicionālajā taksācijā netiek tieši vai vispār noteikti (piemēram, informācija par koku vainaga proporcijām vai relatīvo biežības indeksu).

Literatūrā augstuma augšanas gaitas modelēšanai tiek ieteikti bāzes vecuma neatkarīgu likņu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļi (Czieszewski, Bailey 2000). Analogi šiem modeļiem iespējama arī caurmēra aktualizācija, kuras veikšanai pietiekama ir informācija par meža elementa vidējo caurmēru un vecumu, kādā šis caurmērs sasniegts. Šāda veida modeļi ir izmantojami meža elementa vidējā caurmēra aktualizācijas modeļa izstrādei, balstot to uz pārmērīto MSI parauglaukumu datu bāzes, kā arī piemēroti meža valsts reģistra datu bāzes aktualizācijai.

Pētījuma mērķis ir izstrādāt vidējā caurmēra augšanas gaitas modeli un aprēķināt atbilstošos koeficientus 6 saimnieciski nozīmīgākajām meža koku sugu – parastās priedes (*Pinus sylvestris* L.), parastās egles (*Picea abies* (L.) Karst), bērza (*Betula* spp.), melnalkšņa (*Alnus glutinosa* L.), apses (*Populus tremula* L.) un baltalkšņa (*Alnus incana* L.) – I stāva meža elementiem.

Materiāls un metodika

Tā kā rakstā izmantotie termini un definīcijas var atšķirties no normatīvajos aktos noteiktajiem, zemāk dots modeļos izmantoto taksācijas rādītāju skaidrojums:

- **mežaudzes I stāvs** – augstāko mežaudzes koku kopa, kuras augstumu atšķirības no kopas vidējā augstuma nepārsniedz 20 %;
- **meža elements** – vienādos augšanas apstākļos augšanas gaitā un attīstībā savstarpēji mijiedarbojušos vienas sugas, vienas paaudzes, vienādas izcelsmes un vienlīdz vitālu koku kopums (pie vienas paaudzes pieskaitāmi koki, kuru vecums atšķiras ne vairāk kā par 2 vecumklasēm);

- *krūšaugstuma vecums* – laiks no brīža, kad sasniegts augstums 1,3 m virs sakņu kakla vai augsnes virskārtas;
- *meža elementa vidējais caurmērs* – vidējais kvadrātiskais krūšaugstuma caurmērs (vidējam šķērslaukumam atbilstoša koka caurmērs);
- *meža elementa vidējais augstums* – mežaudzes vidējā kvadrātiskā caurmēra kokam pēc augstumliknes atbilstošais augstums.

Atsevišķu meža elementu vidējā caurmēra augšanas gaitas modeļa izstrādē izmantoti šādi dati:

- par 3680 I stāva meža elementiem no 2390 atkārtoti pārmērītiem MSI (meža statistiskā inventarizācija) parauglaukumiem;
- par 8449 MSI parauglaukumu tiešā tuvumā urbto koku, kuru caurmērs $0,7 \leq D_g \leq 1,3$, radiālo pieaugumu mērījumiem no 850 MSI parauglaukumiem.

Datu analizē iekļauti tikai tie meža elementi un parauglaukumi, kuros

- katrā uzmērīšanas ciklā ir vismaz 3 dzīvi koki no viena meža elementa;
- nevienā no uzmērīšanas cikliem parauglaukumā nav vecās paaudzes koku;
- parauglaukumā atmirušo koku skaits mazāks par 30 % no pirmajā ciklā konstatētā koku skaita;
- meža elementa vidējais caurmērs otrajā ciklā ir lielāks nekā pirmajā ciklā;
- pirmajā uzmērīšanas ciklā parauglaukumā nav konstatēti vairāk kā divi celmi.

Gan meža elementu, gan atsevišķu koku datu bāzē ir pietiekami plašs vecuma, caurmēra, biežības un bonitātes diapazons (1. tabula), lai izstrādātu Latvijas saimnieciski nozīmīgāko koku sugu vidējā caurmēra

augšanas modeļus.

Meža elementa vidējā caurmēra izmaiņu aproksimācijai pārbaudīti vienādojumi, pielietojot vispārinātās algebriskās diferences pieejas (Czieszewski, Bailey, 2000), tādējādi caurmēra pieaugums prognozējams, izmantojot tikai meža elementa vidējo caurmēru un krūšaugstuma vecumu, bet ne informāciju par bonitāti.

Meža elementa vidējā caurmēra augšanas gaitas aproksimācijai pārbaudīti *Chapman-Richards* un *Hossfeld IV* vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļi (Krumland & Eng, 2005; Кивисте, 1988). Turklāt šie paši algebriskās diferences vienādojumi pārbaudīti, papildinot tos ar koku savstarpējās konkurences rādītāju, par kuru izvēlēta mežaudzes pirmā stāva relatīvā biežība, kas ir mežaudzē augošo I stāva koku skaita attiecība pret teorētiski maksimālo iespējamo koku skaitu (2. tabula).

Maksimālo I stāva koku skaitu nosaka mežaudzē augošo koku augstums un caurmērs:

$$N_{\max} = c_1 D^{c_2} H^{c_3}, \text{ kur} \quad (5)$$

N_{\max} – maksimālais mežaudzes koku skaits, ha^{-1} ;

D – mežaudzes vidējais caurmērs, cm;

H – mežaudzes vidējā caurmēra kokam atbilstošais augstums, m;

c_1, c_2, c_3 – koeficienti (Donis *et al.*, 2014).

Meža elementa vidējā caurmēra augšanas gaita modelēta datorprogrammā *SPSS 14.0 for Windows*. Rakstā izmantotie vienādojumu atbilstības izvērtēšanas statistiskie rādītāji apkopoti 3. tabulā.

Meža elementu un atsevišķu koku taksācijas rādītāji
Stand elements and individual trees characteristics

Taksācijas rādītājs Stand characteristics	Statistiskie rādītāji Statistical estimates	Priede Pine	Egle Spruce	Bērzs Birch	Meln-alksnis Black alder	Apse Aspen	Balt-alksnis Grey alder
<i>Meža elementi / Stand elements</i>							
Krūšaugstuma vecums (gadi) Age at breast height (years)	Aritm. vid. / Mean	68	53	45	42	43	28
	Min. / Min	5	5	5	7	5	5
	Maks. / Max	193	164	118	85	108	58
	Standartnovirze / StdDev	29	28	20	15	20	11
Krūšaugstuma diametrs (cm) Diameter at breast height (cm)	Aritm. vid. / Mean	24	23	19	20	25	14
	Min. / Min	3	3	2	4	2	3
	Maks. / Max	56	65	46	38	55	26
	Standartnovirze / StdDev	8	8	8	6	12	5
I stāva relatīvā biežība Stand upper floor relative density	Aritm. vid. / Mean	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
	Min. / Min	0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,1
	Maks. / Max	1,4	1,3	1,4	1,2	1,2	1,1
	Standartnovirze / StdDev	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Mežaudzes bonitāte Stand site index class	Aritm. vid. / Mean	2,2	1,1	1,3	1,4	0,0	1,0
	Min. / Min	0	0	0	0	0	0
	Maks. / Max	6	5	6	5	4	4
	Standartnovirze / StdDev	1,7	1,2	1,4	1,1	1,3	1,2
Skaits / Count		1074	803	1114	275	179	235
<i>Atsevišķi koki / Individual trees</i>							
Krūšaugstuma vecums (gadi) Age at breast height (years)	Aritm. vid. / Mean	73	60	48	47	50	34
	Min. / Min	17	20	17	21	17	12
	Maks. / Max	237	163	108	78	85	56
	Standartnovirze / StdDev	28,9	25,9	17,3	15,2	16,1	9,5
Krūšaugstuma diametrs (cm) Diameter at breast height (cm)	Aritm. vid. / Mean	22,5	22,9	19,8	21,0	28,7	15,7
	Min. / Min	5,8	6,5	6,0	5,9	6,9	5,6
	Maks. / Max	53,2	52,7	50,1	43,1	60,8	34,2
	Standartnovirze / StdDev	7,9	7,9	7,2	6,6	10,2	4,5
I stāva relatīvā biežība Stand upper floor relative density	Aritm. vid. / Mean	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
	Min. / Min	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1
	Maks. / Max	1,2	1,1	1,2	1,1	1,1	1,1
	Standartnovirze / StdDev	0,20	0,22	0,21	0,22	0,21	0,20
Mežaudzes bonitāte Stand site index class	Aritm. vid. / Mean	2,2	1,0	1,0	1,5	-0,6	1,1
	Min. / Min	0	0	0	0	0	0
	Maks. / Max	6	4	4	5	1	4
	Standartnovirze / StdDev	1,7	1,2	1,3	0,9	1,1	1,0
Skaits / Count		3537	1415	1735	662	503	597

2. tabula / Table 2

Meža elementa vidējā krūšaugstuma caurmēra augšanas gaitas vispārinātās
algebriskās diferences modeļi

Candidate equations for diameter at breast height growth modeling

Bāzes vienādojums Base equation	Dinamiskais vienādojums Dynamic equation	
Chapman-Richards $D = b_1 * [1 - \exp(-b_2 * A)]^{b_3}$	$D_2 = D_1 \left(\frac{1 - \exp[-b_1 A_2]}{1 - \exp[-b_1 A_1]} \right)^{\left(b_2 + \frac{b_3}{X_0} \right)}$ <p>kur</p> $X_0 = \frac{1}{2} \left[(\ln D_1 - b_2 L_0) + \sqrt{(\ln D_1 - b_2 L_0)^2 - 4 b_3 L_0} \right]$ $L_0 = \ln(1 - \exp[-b_1 A_1])$	(1)
	$D_2 = D_1 \left(\frac{1 - \exp[-b_1 A_2]}{1 - \exp[-b_1 A_1]} \right)^{\left(b_2 \frac{N_1}{N_{max}} + \frac{b_3}{X_0} \right)}$ <p>kur</p> $X_0 = \frac{1}{2} \left[\left(\ln D_1 - b_2 \frac{N_1}{N_{max}} L_0 \right) + \sqrt{\left(\ln D_1 - b_2 \frac{N_1}{N_{max}} L_0 \right)^2 - 4 b_3 L_0} \right]$ $L_0 = \ln(1 - \exp[-b_1 A_1])$	(2)
Hossfeld IV $D = \frac{A^{b_1}}{b_2 + b_3 A^{b_1}}$	$D_2 = \frac{A_2^{b_1}}{b_2 + b_3 X_0 + X_0 A_2^{b_1}}$ <p>kur</p> $X_0 = \frac{\frac{A_1^{b_1}}{D_1 - 1.3} - b_2}{b_3 + A_1^{b_1}}$	(3)
	$D_2 = \frac{A_2^{b_1}}{b_2 \frac{N_1}{N_{max}} + b_3 X_0 + X_0 A_2^{b_1}}$ <p>kur</p> $X_0 = \frac{\frac{A_1^{b_1}}{D_1 - 1.3} - b_2 \frac{N_1}{N_{max}}}{b_3 + A_1^{b_1}}$	(4)

Apzīmējumi / Legend:

A_1 – krūšaugstuma vecums pirmajā uzmērīšanas reizē, gadi / age at breast height of the 1st cycle, years;

A_2 – krūšaugstuma vecums otrajā uzmērīšanas reizē, gadi / age at breast height of the 2nd cycle, years;

D_1 – caurmērs pirmajā uzmērīšanas reizē, cm / diameter at breast height over bark of the 1st cycle, cm;

D_2 – caurmērs otrajā uzmērīšanas reizē, cm / diameter at breast height over bark of the 2nd cycle, cm;

N_1 – mežaudzes I stāva koku skaits uz hektāra, gab. ha⁻¹ / stands upper floor number of stems per hectare, number ha⁻¹;

N_{max} – mežaudzes I stāva maksimālais koku skaits uz hektāra, gab. ha⁻¹ / stands upper layer maximum number of stems per hectare, number ha⁻¹;

b_1, b_2, b_3 – empiriskie koeficienti / coefficients.

Vienādojumu atbilstības izvērtēšanas statistiskie rādītāji
Model performance evaluation criteria

Statistiskais rādītājs <i>Performance criterion</i>	Apzīmējums <i>Symbol</i>	Vienādojums <i>Equation</i>	Ideālā vērtība <i>Ideal value</i>
Vidējā novirze <i>Mean Residual</i>	MRES	$\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)}{n}$	0
Procentuālā vidējā novirze <i>Mean Residual as %</i>	MRES%	$\frac{\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)}{n}}{\bar{y}_i} 100$	0
Vidējā absolūtā novirze <i>Absolute Mean residual</i>	AMRES	$\frac{\sum y_i - \hat{y}_i }{n}$	0
Standartnovirze <i>Root mean square error</i>	RMSE	$\sqrt{\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 1 - p}}$	0
Variācijas koeficients <i>Root mean square error as %</i>	RMSE%	$\sqrt{\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 1 - p}} \frac{100}{\bar{y}_i}$	0
Vidējā kvadrātiskā kļūda <i>Mean square error</i>	MSE	$\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}$	0
Modeļa efektivitāte <i>Model efficiency</i>	MEF	$\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum(y_i - \bar{y}_i)^2}$	0
Dispersijas attiecība <i>Variance ratio</i>	VR	$\frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{\sum(y_i - \bar{y}_i)^2}$	1

Apzīmējumi / Legend:

y_i – uzmērītais rādītājs / *observed values*;

\hat{y}_i – aprēķinātais rādītājs / *predicted values*;

\bar{y}_i – aritmētiski vidējais uzmērītais rādītājs / *mean observed values*;

$\bar{\hat{y}}_i$ – aritmētiski vidējais aprēķinātais rādītājs / *mean predicted values*;

n – novērojumu skaits / *count*;

p – vienādojuma parametru skaits / *number of model parameters*.

Vienādojumiem koeficientu vērtības aprēķinātas, izmantojot atsevišķu koku radiālo pieaugumu datu bāzi, bet vienādojumu atbilstība izvērtēta, izmantojot meža elementu datu bāzi.

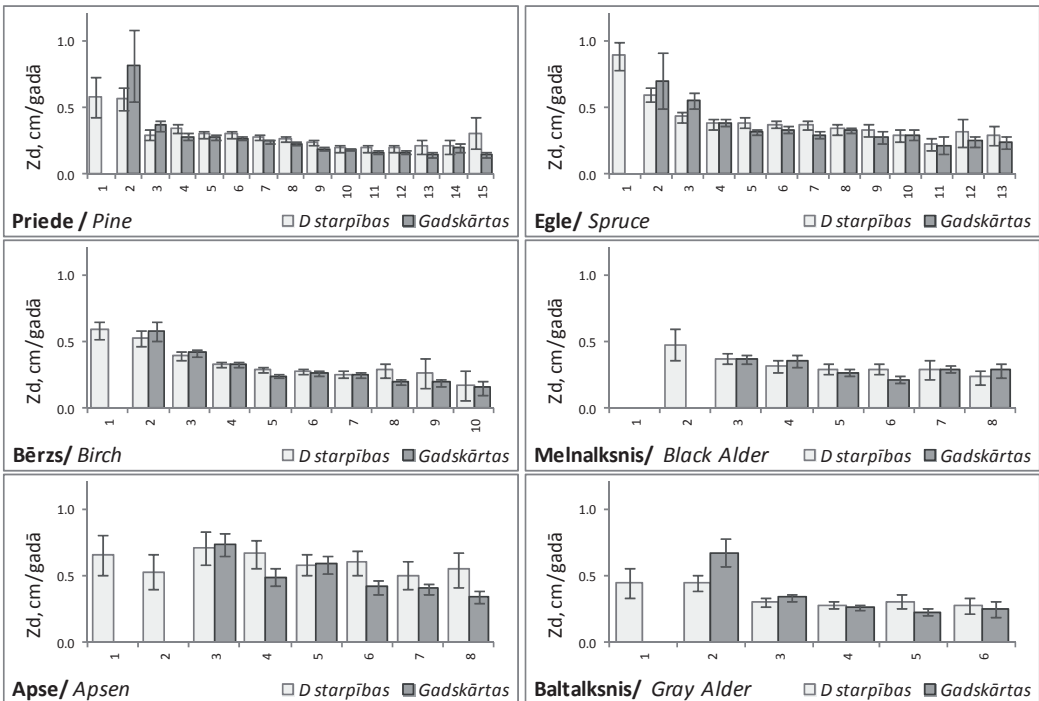
Rezultāti un diskusija

Vienādojumu koeficientu vērtības aprēķinātas, balstoties uz atsevišķu koku radiālo pieaugumu datu bāzi, jo:

- izmantojot meža elementu datu bāzi, salīdzinājumā ar atsevišķu koku radiālo pieaugumu datu bāzi, tajā iespējamās lielākas uzmērīšanas kļūdas (meža elementu datu bāzē pēdējo piecu gadu vidējā caurmēra pieaugumu ietekmē gan pirmā cikla, gan otrā cikla uzmērīšanas kļūdas) (Liepa, 1996);
- atsevišķu koku radiālā pieauguma datu bāzē iekļautajās vecākajās audzēs konstatētas loģiskākas un konservatīvākas radiālā pieauguma izmaiņas (1. attēls).

Algebriskās diferences pieeja ļauj 1. un 3. vienādojumu izmantot dažādu laika

periodu caurmēra starpību aprēķināšanai, savukārt ņemot vērā, ka vienādojumi izstrādāti uz 5 gadu pieaugumu mērījumiem, tie vislabāk atbilstu arī šāda paša garuma perioda prognozēšanai. Autori apzinās, ka dinamisko vienādojumu papildināšana ar vēl kādu mainīgo (bez vecuma un caurmēra) neatbilstu vispārinātās algebriskās diferences modeļu koncepcijai, tomēr pievienotais koku savstarpējās konkurences rādītājs ievērojami paaugstina izvēlēto modeļu precizitāti (4. tabula), to izmantojot 5 gadu periodu modelēšanai.



1. attēls. Vidējais periodiskais pēdējo piecu gadu caurmēra pieaugums atsevišķu meža elementu datu bāzē (D starpības) un atsevišķu koku radiālo pieaugumu datu bāzē (Gadskārtas) pa vecuma desmitgadēm.

Figure 1. Five years mean periodic diameter increment according to cohort data base (D starpības) and tree radial increment data base (Gadskārtas) by age decades.

Priedei, bērzam, melnalksnim, apsei un baltalksnim visprecīzāk vidējā caurmēra izmaiņas prognozētas ar 4. vienādojumu, bet eglei – ar 2. vienādojumu.

Meža elementa vidējā caurmēra aktualizācijai praksē autori iesaka izmantot 4. vienādojumu (*Hossfeld IV* vienādojuma vispārinātās algebriskās diferences modelis,

kurā iekļauts koku konkurences rādītājs). Rekomendētā meža elementa vidējā caurmēra aktualizācijas modeļa koeficienti apkopoti 5. tabulā.

Ieteiktajam meža elementa vidējā caurmēra aktualizācijas modelim nav konstatētas sistemātiskas novirzes saistībā ar meža elementa sākotnējo caurmēru,

4. tabula / Table 4

Meža elementa vidējā caurmēra augšanas gaitas vienādojumu statistiskie rādītāji
Statistical indicators of forest element's mean quadratic diameter growth equations

Suga <i>Species</i>	Vienā- dojums <i>Equation</i>	Vienādojuma statistiskie rādītāji <i>Criteria for evaluating model performance</i>								
		MRES	MRES%	AMRES	RMSE	RMSE%	MSE	MEF	VR	N
Priede <i>Pine</i>	1	0,27	1,06	0,50	0,71	2,75	0,51	0,01	0,97	1074
	2	0,05	0,18	0,47	0,67	2,58	0,45	0,01	0,98	1074
	3	0,26	0,99	0,53	0,75	2,89	0,56	0,01	0,94	1074
	4	0,02	0,07	0,49	0,68	2,65	0,47	0,01	0,98	1074
Egle <i>Spruce</i>	1	0,27	1,09	0,67	0,92	3,68	0,84	0,01	0,97	803
	2	-0,01	-0,03	0,62	0,83	3,33	0,69	0,01	0,97	803
	3	0,21	0,86	0,70	0,94	3,75	0,87	0,01	0,94	803
	4	0,08	0,31	0,67	0,90	3,60	0,80	0,01	0,95	803
Bērzs <i>Birch</i>	1	0,30	1,44	0,64	0,96	4,62	0,92	0,02	0,98	1114
	2	0,10	0,49	0,60	0,89	4,27	0,79	0,01	0,96	1114
	3	0,29	1,40	0,64	0,96	4,60	0,91	0,02	0,96	1114
	4	0,04	0,19	0,61	0,89	4,31	0,80	0,01	0,97	1114
Meln- alksnis <i>Black alder</i>	1	0,08	0,38	0,58	0,79	3,72	0,63	0,02	0,97	275
	2	0,03	0,12	0,56	0,77	3,63	0,60	0,02	0,97	275
	3	0,04	0,17	0,60	0,82	3,86	0,67	0,02	0,93	275
	4	0,02	0,11	0,58	0,79	3,71	0,62	0,02	0,96	275
Apse <i>Aspen</i>	1	0,65	2,30	0,96	1,39	4,88	1,92	0,01	0,96	179
	2	0,30	1,05	0,99	1,39	4,88	1,91	0,01	0,94	179
	3	0,70	2,45	0,98	1,41	4,96	1,98	0,01	0,96	179
	4	0,15	0,54	0,87	1,26	4,43	1,58	0,01	0,97	179
Balt- alksnis <i>Grey alder</i>	1	0,15	0,94	0,61	0,84	5,30	0,70	0,03	1,01	235
	2	-0,38	-2,38	0,74	1,00	6,30	0,99	0,04	0,90	235
	3	0,12	0,75	0,62	0,84	5,31	0,70	0,03	0,99	235
	4	0,06	0,36	0,59	0,79	5,01	0,63	0,02	1,00	235

Apzīmējumi / Legend:

MRES – vidējā novirze / *mean residual*; MRES% – procentuālā vidējā novirze / *mean residuals %*;
 AMRES – vidējā absolūtā novirze / *absolute mean residual*; RMSE – standartnovirze / *root mean square error*;
 RMSE% – variācijas koeficients / *root mean square error as %*; MSE – vidējā kvadrātiskā kļūda / *mean square error*;
 VR – dispersijas attiecība / *variance ratio*; N – elementu skaits / *count*.

5. tabula / Table 5

Meža elementa vidējā caurmēra augšanas gaitas modeļu (4. un 5. vienādojums) koeficienti
Coefficients (equation 4 and 5) of the forest element's mean quadratic diameter growth models

	Koeff Coeff	Rādītājs Variable	Suga / Species					
			Priede Pine	Egle Spruce	Bērzs Birch	Meln- alksnis Black alder	Apse Aspen	Balt- alksnis Grey alder
1. vienādojums Equation 1	b_1	Vērtība / Estimate	0,00500	0,00500	0,01224	0,00500	0,00600	0,01812
		Standartkļūda / Std. Error	0,00061	0,00120	0,00118	0,00207	0,00231	0,00339
	b_2	Vērtība / Estimate	-0,67364	-1,61771	-0,25561	0,23089	-2,58507	0,07483
		Standartkļūda / Std. Error	0,17212	0,53363	0,20548	0,32215	1,26375	0,36718
	b_3	Vērtība / Estimate	5,52098	10,55872	3,91352	1,98765	15,98992	2,41938
		Standartkļūda / Std. Error	0,71752	2,39261	0,77594	1,37265	6,10726	1,27078
2. vienādojums Equation 2	b_1	Vērtība / Estimate	0,00356	0,00369	0,01239	0,00339	0,01085	0,03678
		Standartkļūda / Std. Error	0,00065	0,00128	0,00137	0,00252	0,00243	0,00354
	b_2	Vērtība / Estimate	-0,56017	-1,04420	-0,92421	-0,46494	-1,65477	-1,31679
		Standartkļūda / Std. Error	0,04702	0,09967	0,07783	0,11180	0,18946	0,20762
	b_3	Vērtība / Estimate	4,88131	7,10168	5,42816	4,33232	9,00515	6,95501
		Standartkļūda / Std. Error	0,13527	0,33727	0,18310	0,38861	0,48542	0,55935
3. vienādojums Equation 3	b_1	Vērtība / Estimate	1	1	1	1	1	1
		Standartkļūda / Std. Error						
	b_2	Vērtība / Estimate	-5,67718	-4,47054	-1,13001	-1,14489	-13,87189	-0,70274
		Standartkļūda / Std. Error	1,28251	2,23082	0,30974	0,69705	31,61561	0,47699
	b_3	Vērtība / Estimate	4,23002	4,80241	1,22675	1,41962	17,69323	0,69850
		Standartkļūda / Std. Error	0,79851	1,90391	0,17650	0,43922	37,78833	0,19463
4. vienādojums Equation 4	b_1	Vērtība / Estimate	0,87738	1,06755	0,98900	0,84748	1,12534	0,97931
		Standartkļūda / Std. Error	0,02190	0,03841	0,03583	0,06358	0,07006	0,09859
	b_2	Vērtība / Estimate	-4,87186	-7,66954	-9,26300	-1,62241	-13,60878	-9,94596
		Standartkļūda / Std. Error	1,76903	2,37246	4,36290	1,45976	18,87355	9,70662
	b_3	Vērtība / Estimate	4,70300	5,94184	5,01000	1,71352	14,50210	3,19885
		Standartkļūda / Std. Error	1,42896	1,17221	2,11026	0,98701	17,80390	2,91086
5. vienādojums Equation 5	b_1	Vērtība / Estimate	83570	103106	144400	197511	197511	197511
		Standartkļūda / Std. Error	1,17	1,64	1,15	1,21	1,21	1,21
	b_2	Vērtība / Estimate	-1,36561	-1,38148	-1,35676	-1,31445	-1,31445	-1,31445
		Standartkļūda / Std. Error	0,08730	0,33141	0,07056	0,09548	0,09548	0,09548
	b_3	Vērtība / Estimate	-0,06894	-0,10329	-0,30225	-0,33944	-0,33944	-0,33944
		Standartkļūda / Std. Error	0,09740	0,39140	0,09407	0,12015	0,12015	0,12015

krūšaugstuma vecumu un relatīvo I stāva biežību, jo visos gadījumos konstatētas vājas lineārās korelācijas (2. attēls). Visām koku sugām modeļa prognozētā caurmēra novirze (starpība starp uzmērīto un prognozēto caurmēru) vairāk nekā 90 % gadījumu neatšķiras vairāk par ± 10 % (3. attēls). Savukārt modeļa prognozēto caurmēru novirze ir mazāka par ± 10 % vai ± 1 cm: priedei tā ir 98,6 %, eglei – 96,8 %, bērzam – 93,4 %, melnalksnim – 97,1 %, apsei – 91,6 % un baltalksnim – 91,9 %.

MSI atkārtoti uzmērītajos parauglaukumos meža elementu uzmērītās vidējā caurmēra izmaiņas un meža elementa

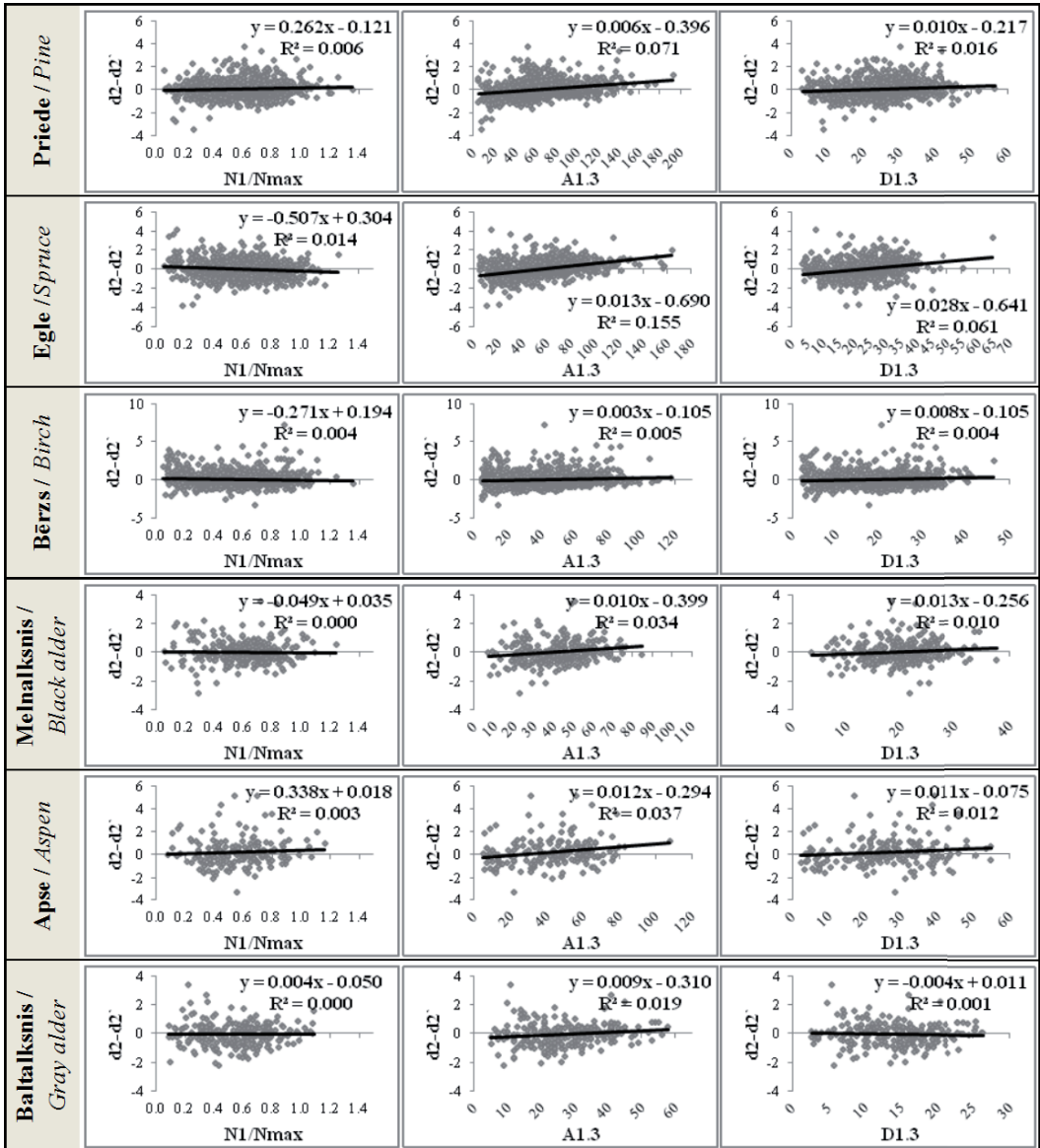
vidējā caurmēra prognozētā augšanas gaita atspoguļota 4. attēlā.

Meža elementa vidējā caurmēra aktualizācijas modelis lietojams priedei un eglei krūšaugstuma 5–200 gadu vecumā; bērzam, melnalksnim un apsei 5–120 gadu vecumā, bet baltalksnim 5–80 gadu vecumā. Meža elementa vidējā caurmēra viens aktualizācijas periods, nemainot (nepārrēķinot) vienādojumos izmantotos sākotnējos taksācijas rādītājus, nedrīkst būt garāks par 5 gadiem. Modeļa pašreizējā variantā netiek ņemts vērā papildpieaugums, kas rodas saimnieciskās darbības vai dabisko traucējumu (vējš, uguns u.tml.) rezultātā.

Secinājumi

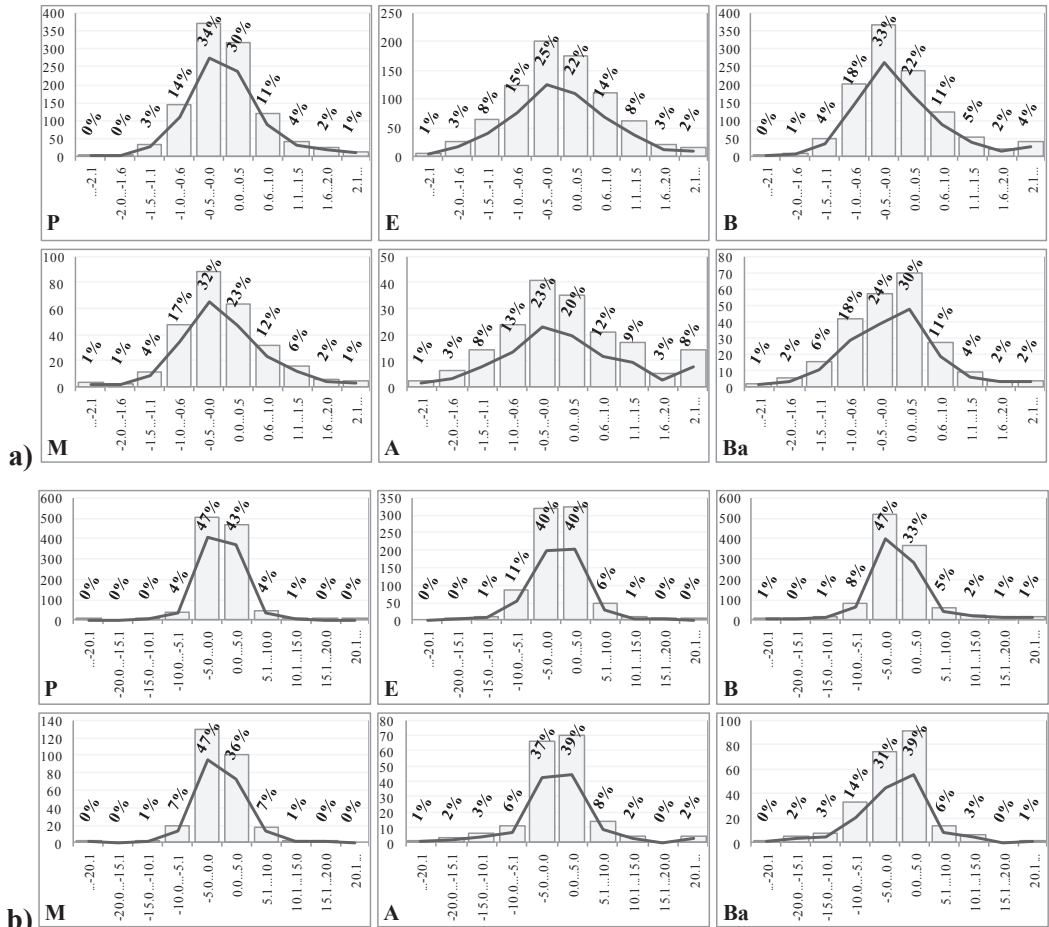
1. Izstrādāts Latvijā saimnieciski nozīmīgāko koku sugu (P, E, B, M, A, Ba) meža elementa vidējā caurmēra aktualizācijas modelis, balstoties uz *Hossfeld IV* vienādojuma vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeli, kas papildināts ar audzes relatīvās biežības rādītāju.
2. Izstrādātā meža elementa vidējā caurmēra aktualizācijas modeļa vidējā novirze saistībā ar koku sugu ir robežās no 0,02 cm līdz 0,15 cm, bet vidējā procentuālā novirze 0,07 % līdz 0,54 %.
3. Visām koku sugām modeļa prognozētā caurmēra novirze (starpība starp uzmērīto un prognozēto caurmēru) vairāk nekā 90 % meža elementu neatšķiras vairāk par ± 10 %.
4. Meža elementa vidējā caurmēra aktualizācijas modelis pielietojams priedei un eglei krūšaugstuma 5–200 gadu vecumā; bērzam, melnalksnim un apsei 5–120 gadu vecumā, bet baltalksnim 5–80 gadu vecumā.
5. Meža elementa vidējā caurmēra viens aktualizācijas periods, nemainot (nepārrēķinot) vienādojumos izmantotos sākotnējos taksācijas rādītājus, nedrīkst būt garāks par 5 gadiem.

Pateicība: pētījums veikts SIA “Meža nozares kompetences centrs” Eiropas Reģionālās Attīstības fonda projekta “Metodes un tehnoloģijas meža kapitālvērtības palielināšanai” pētījumu virziena „Mežaudžu augšanas gaitas un pieauguma noteikšana, izmantojot pārmērītos meža statistiskās inventarizācijas datus” (līguma Nr. 5.5.-5.1/000t/101/11/13) ietvaros.

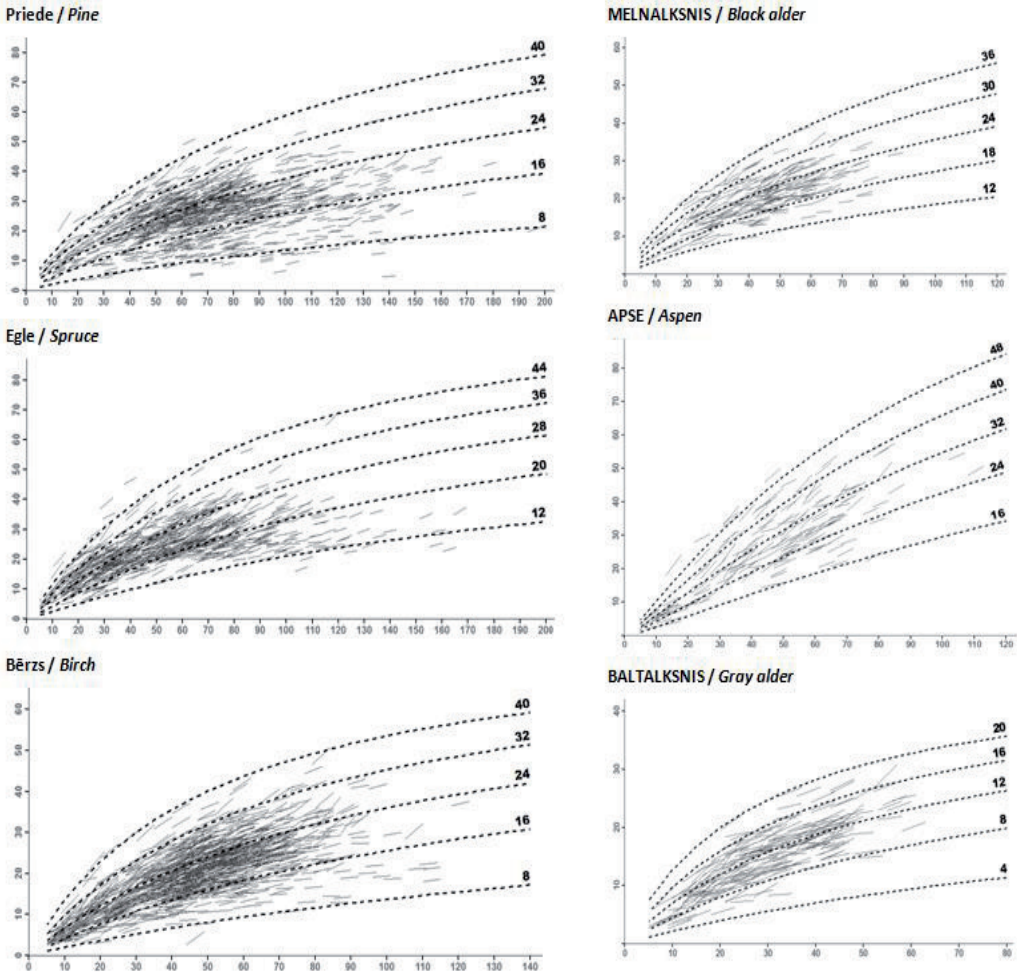


2. attēls. Meža elementu starpības starp uzmērīto un aproksimēto caurmēru ($d_2 - d'2$, cm) saistībā ar sākotnējo krūšaugstuma vecumu (A1.3, gadi), sākotnēji uzmērīto caurmēru (D1.3, cm) un mežaudzes I stāva relatīvo biezību ($N1/N_{max}$).

Figure 2. Difference between measured and predicted diameter at breast height ($d_2 - d'2$, cm) depending on initial breast height age (A1.3, years), initial diameter (D1.3, cm) and relative density of the upper layer ($N1/N_{max}$).



3. attēls. Meža elementu skaits un procentuālais sadalījums pa caurmēra novirzes (starpība starp uzņēmīto un apmērīto caurmēru) grupām: a) absolūtās caurmēra novirzes grupas; b) relatīvās caurmēra novirzes grupas.
 Figure 3. Number and proportion of deviations (differences between measured and predicted diameter at breast height) by diameter groups: a) absolute diameter deviation groups; b) relative diameter deviation groups.



4. attēls. Meža elementu uzmērītās vidējā caurmēra izmaiņas (Y, cm) saistībā ar meža elementa krūšaugstuma vecumu (X, gadi) un aproksimētā caurmēra augšanas gaitu (4. un 5. vienādojums).

Meža elementa caurmēra augšanas gaita aproksimēta pie relatīvās I stāva biežības 0,6 un saistībā ar meža elementa krūšaugstuma caurmēru P, Ē, B, M, A – 50 gados; Ba – 20 gados.

Figure 4. Changes in mean quadratic diameter (Y, cm) depending on breast height age (X, years) and predicted diameter growth (eq. 4 and 5).

Predicted diameter growth at relative density of upper layer 0.6 depending on initial diameter at breast height pine, spruce, birch, black alder, aspen – age 50 years, grey alder – age 20 years.

Literatūra

1. Castedo Dorado, F., Barrio Anta, M., Pareresol, B. R., and Alvarez Gonzalez, J. G., 2005. A stochastic height-diameter model for maritime pine ecoregions in Galicia (northwestern Spain). *Ann. For. Sci.* 62, 455–465.
2. Czieszewski, C. J., and Bailey, R. L., 2000. Generalized algebraic difference approach: Theory based derivations with polymorphism and variable asymptotes. *For. Sci.* 46(1), 115–126.
3. Clutter, J. L., Fortson, J. S., Pienaar, L. V., Brister, G. H., and Bailey, R. L., 1983. *Timber management. A quantitative approach*. New York/ Chichester/ Brisbane/ Toronto/ Singapore: John Wiley & Sons, 333 p.
4. Donis, J. (projekta vad.), 2014. *Mežaudžu augšanas gaitas un pieauguma noteikšana, izmantojot pārmērītos meža statistiskās inventarizācijas datus*. Pārskats. Salaspils: LVMI Silava, 68 lpp.
5. Donis, J., un Šņepsts, G., 2014. *Zinātniskā pamatojuma izstrāde informācijas aktualizācijai meža valsts reģistrā*. Pārskats. Salaspils: LVMI Silava, 47 lpp.
6. Elfving, B., and Kiviste, A., 1997. Construction of site index equations for *Pinus sylvestris* L. using permanent plot data in Sweden. *Forest Ecology and Management* 98, 125–134.
7. Hynynen, J., Ojansuu, R., Hökkä, H., Salminen, H., Siipilehto, J., and Haapala, P., 2002. *Models for predicting stand development in MELA system*. Research Paper 835. Finnish Forest Research Institute, 116 p.
8. Krumland, B., and Eng, H., 2005. *Site index systems for major young-growth forest woodland species in northern California*. California Forestry Report 4. Sacramento, CA: Department of Forestry and Fire Protection, State of California Resources Agency, 219 p.
9. Pretzsch, H., 2009. *Forest dynamics, growth and yield*. Berlin Heidelberg: Springer, 664 p.
10. Porté, A., and Bartelink, H. H., 2002. Modelling mixed forest growth: a review of models for forest management. *Ecological Modelling* 150, 141–188.
11. Rodriguez Soalleiro, R., Alvarez Gonzalez, J. G., and Schröder, J., 2000. Simulation and comparison of silvicultural alternatives for even-aged *Pinus pinaster* Ait stands in Galicia (Northwestern Spain). *Ann. For. Sci.* 57, 747–754.
12. Spiecker, H., 1999. Overview of recent growth trends in European forests. *Water, Air, and Soil Pollution* 116(1-2), 33–46.
13. Zeide, B., 2002. Density and the growth of even-aged stands. *Forest Science* 48(4), 743–754.
14. Zhao, D., Wilson, M., and Borders, B. E., 2005. Modeling response curves and testing treatment effects in repeated measures experiments: a multilevel nonlinear mixed-effects model approach. *Can. J. For. Res.* 35, 122–132.
15. Weiskittel, A. R., Hann, D. W., Kershaw, J. A., and Vanclay, J. K., 2011. *Forest growth and yield modeling*. 2nd edn. Chichester, UK: Wiley-Blackwell, 415 p.

16. Кивисте, А. К., 1988. *Функции роста леса; учебно-справочное пособие (приложение)*. Тарту: 172 стр.
17. Матузанис, Я. К. (ред.), 1988. *Нормативы для таксации леса Латвийской ССР*. Рига: 176 стр.