
Baltalkšņu audžu ražības modeļi

J. Bisenieks^{1*}, M. Daugavietis¹, M. Daugaviete¹

Bisenieks, J., Daugavietis, M., Daugaviete, M. (2010). Yield models for grey alder stands. *Mežzinātne | Forest Science* 21(54): 31-44.

Kopsavilkums. Pētījuma mērķis ir izzināt baltalkšņu audžu ražības modelēšanai nepieciešamās taksācijas rādītāju savstarpējās likumsakarības. Modeļi kalpo par teorētisko bāzi rekomendāciju izstrādāšanai meža audzēšanas tehnoloģijām, atbilstoši meža audzēšanas mērķiem. Līdz šim mežsaimniecības praksē lietotās P. Mūrnieka augšanas gaitas tabulas trīs bonitātēm neaptver praksē sastopamo baltalkšņu audžu daudzveidību, tādēļ tiek meklētas iespējas paplašināt tabulas, ieviešot papildus bonitātes ekstrapolācijas ceļā.

Pamatojoties uz paraugkoku stumbru analīzes datu bāzes, izstrādāts jauns baltalkšņu bonitātes noteikšanas matemātiskais modelis (6), ar kura palīdzību izskaitļojamas vidējā augstuma augšanas gaitas līknes līdz 40 gadu vecumam, un ieteikta jauna bonitēšanas skala, kur bonitāte apzīmēta ar audzes vidējo augstumu metros 20 gadu vecumā.

Taksācijas rādītāju savstarpējo likumsakarību skaidrošanai lietota multiplās regresijas metode. Regresijas modeļos iekļauti trīs neatkarīgie mainīgie lielumi, kas izvēlēti loģiskās analīzes ceļā. Regresijas koeficientu aprēķināšanai izmantoti 150 parauglaukumu vienreizējas uzmērīšanas dati. Izmēģinājumi ierīkoti visā Latvijas teritorijā, izmantojot meža statistiskās inventarizācijas parauglaukumu ierīkošanas metodiku ar tādu aprēķinu, lai katru vecuma grupu un bonitāti pārstāvētu audzes no retainēm līdz pilnas biežības audzēm.

Stumbra tilpuma (1) un audzes reducētā krājas tekošā pieauguma (2) aprēķināšanai lietotas I. Liepas formulas. Izstrādāti audzes taksācijas rādītāju savstarpējo likumsakarību matemātiskie modeļi, ar kuru palīdzību nosakāmi audzes ražības rādītāji: vidējais caurmērs (7), šķērslaukums (9), krāja (8), reducētais faktiskais krājas pieaugums (11) un audzes tekošais ikgadējais augstuma pieaugums (10). Visos vienādojumos lietoti šādi apzīmējumi: v – stumbra tilpums; L – stumbra garums; D – vidējais caurmērs; Z'_M – krājas reducētais tekošais pieaugums; Z_H – vidējā augstuma tekošais pieaugums; Z_D – vidējā krūšaugstuma caurmēra tekošais pieaugums; N – koku skaits; G – šķērslaukums; H_{20} – bonitāte; A – audzes vecums; V – audzes krāja.

Konstatēts, ka baltalkšņu audzes līdz 40 gadu vecumam ir augstražīgas un veido nozīmīgu ikgadējo krājas pieaugumu, kas ir lielāks par vidējo krājas pieaugumu.

Viens no galvenajiem modeļu neatkarīgajiem mainīgajiem lielumiem, kas regulējams ar saimniecisko darbību, ir koku skaits, tādēļ modeļi ļauj prognozēt kopšanas ciršu ietekmi uz audzes ražību.

¹ LVMI "Silava", Rīgas iela 111, Salaspils, LV-2169, Latvija; *e-pasts: janis.bisenieks@riga.lv

Nozīmīgākie vārdi: baltalksnis, bonitāte, krāja, krājas reducētais tekošais pieaugums, vidējā augstuma tekošais pieaugums, vidējā krūšaugstuma caurmēra tekošais pieaugums.

•••

Bisenieks, J., Daugavietis, M., Daugaviete, M., LSFRI "Silava". **Yield models for grey alder.**

Abstract. The objective of the study is finding out the interrelations of estimation values necessary for modeling the yield of grey alder stands. The models serve as a theoretical basis that allows developing recommendations for forest cultivation methods in line with the cultivation goals. The P. Mūrnieks' growth and yield tables for three site indexes, which have so far been used in forest management, do not embrace the whole variety of grey alder stands. Thus, possibilities for expanding the tables are sought after by introducing additional site indices by means of extrapolation.

A novel mathematical model (6) for determining grey alder site index is developed on the basis of the data obtained from stem analysis of sample tree trunks, which can be used for calculating the growth curves for grey alder of the average height up to the age of 40, and a new scale for determining of site index is proposed, where the site index is expressed as the stand average height in meters at the age of 20.

The method of multiple regression analysis used for interpreting the interrelations between the stand estimation values. The regression models comprise three independent variables selected by way of logical analysis. For calculating the regression coefficients used are the data obtained from a one-time survey of 150 sample plots. The sample plots were established throughout the territory of Latvia by using the method of establishing sample plots for statistical forest inventory so as to ensure that each age group and site index includes stands of various densities, from sparse stands to those of full density. A description of the sample plots is given in Table 1.

I. Liepa's formulas are used for calculating the trunk volume (1) and the current increment for the reduced wood yield of the stand (2). Mathematical models of the interrelations of stand estimation values are developed, which can be used to determine the following stand yield values: average diameter (7), basal area (9), wood yield (8), the reduced actual volume increment (11), and the current annual increment in height (10). All the equations use the following notations: v – trunk volume; L – trunk length; D – average diameter; Z'_M – reduced current volume increment; Z_H – current increment of average height; Z_D – current increment of average diameter at breast height; N – number of trees; G – basal area; H_{20} – site index; A – stand age; V – wood yield.

It is found that grey alder stands up to the age of 40 maintain a high yield and large annual current volume increment, which is higher than the average volume increment.

In the models one of the main independent variables that can be regulated by forest management is the number of trees, and the models allow predicting the effect

of thinning on the wood yield.

Key words: grey alder, site index, volume, reduced current volume increment, current increment of average height, current increment of average diameter at breast height.

...

Бисениекс Я., Даугавиетис М., Даугавиете М., ЛГИАН «Силава». **Модели продуктивности серой ольхи (*Alnus incana* (L.) Moench.).**

Резюме. В статье приведены результаты исследований зависимостей между таксационными показателями древостоев серой ольхи. Опыты проводились с целью разработки моделей продуктивности насаждений.

На основе анализа изменений высоты 49 модельных деревьев и данных обмера деревьев на 150 временных пробных площадях, заложенных по всей территории Латвии в насаждениях возрастом до 40 лет с разным бонитетом и полнотой, разработаны:

- новая шкала бонитетов насаждений серой ольхи, где бонитеты обозначены средней высотой насаждения в возрасте 20 лет – H_{20} ;
- множественные регрессионные уравнения для расчета суммы площади сечения древостоя (G), среднего диаметра на высоте груди (D), запаса стволовой древесины (V), текущего прироста высоты (Z_H) и текущего редуцированного прироста запаса (Z'_M).

Выявленные закономерности взаимосвязей между таксационными показателями древостоя могут быть использованы для разработки программ выращивания серой ольхи, например, для определения интенсивности рубок ухода.

Один вариант моделирования показателей продуктивности насаждений серой ольхи, рассчитанный на основе разработанных математических моделей, приведен в таблице 2. Показано, что в насаждениях серой ольхи возрастом до 40 лет сохраняется высокая продуктивность и текущий прирост запаса превышает средний прирост запаса древостоя.

Ключевые слова: серая ольха, запас древостоя, бонитет, редуцированный текущий прирост запаса, текущий прирост средней высоты, текущий прирост среднего диаметра на высоте груди.

Ievads

Mērķtiecīgai meža audzēšanai nepieciešami augšanas gaitas modeļi, kas ir tās teorētiskā bāze un ar kuru palīdzību iespējams stimulēt meža augšanas gaitu, atbilstoši izvirzītajiem mērķiem. Tādējādi šie modeļi ļauj izstrādāt tehnoloģiju visam meža izaudzēšanas ciklam – no meža atjaunošanas līdz tā novākšanai galvenajā cirtē. Tā kā šādu modeļu nav, to izstrādāšana ir īpaši nozīmīgs mežkopības uzdevums.

Meža augšanas gaitas modeļu izstrādāšanai nepieciešami ilgstošā laikā ievākti, periodiski pārmērītu pastāvīgo parauglaukumu taksācijas rādītāju dati, kādu šobrīd nav. Pētījumu prakse liecina, ka liela daļa pastāvīgo parauglaukumu laika gaitā aiziet bojā vairāku iemeslu dēļ: veicot dažādas cirtes, dabisko kaitējumu rezultātā, mainoties meža īpašniekiem, trūkstot līdzekļiem parauglaukumu uzturēšanai u.c. Latvijā pastāvīgie parauglaukumi baltalkšņu audzēs līdz šim nav ierīkoti. Tāpēc pētījumu pašreizējā fāzē jāsamierinās ar vienreiz uzmērīto taksācijas rādītāju datiem, kas ievākti ierīkotajos parauglaukumos. Uz šīs informācijas pamata izstrādātos modeļus nebūtu pareizi saukt par augšanas gaitas modeļiem, bet gan par taksācijas rādītāju savstarpējām likumsakarībām, jo tie raksturo nevis audzes taksācijas rādītāju dinamiku, bet statiku. Teiktais attiecināms arī uz līdz šim izstrādātajām augšanas gaitas tabulām, kuru nosaukums neatbilst saturam.

Latvijā nozīmīgus pētījumus par baltalkšņu audžu ražību veikuši divi zinātnieki. Pagājušā gadsimta vidū P. Mūr-

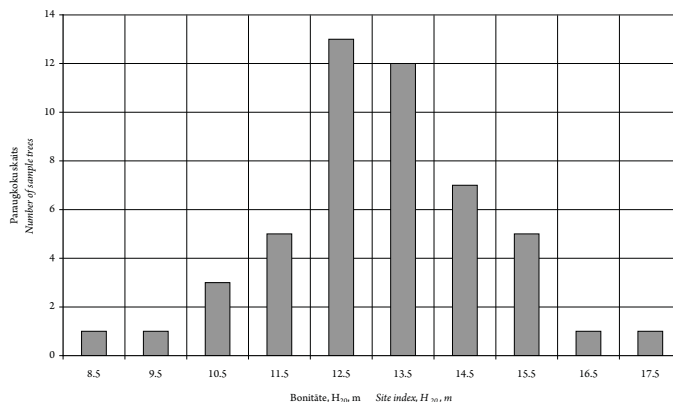
nieks grafiski sastādījis baltalkšņa augšanas gaitas tabulas pēc tradicionālās metodikas, izmantojot vienreiz uzmērītu 80 parauglaukumu datus (Mūrnieks, 1950). Nesen zinātņu doktora disertāciju par baltalkšņu audžu ražību un struktūru aizstāvējusi O. Miezīte (Miezīte, 2008), kuras pētījumi balstīti uz pāru regresijas analīzi starp audzes taksācijas rādītājiem. Audžu modelēšanai minētā darba rezultāti nav izmantojami.

Pēdējos gadu desmitos attīstījusies augšanas gaitas likumsakarību matemātiskā modelēšana. Latvijas bērzu audžu augšanas gaitas matemātiskos modeļus izstrādājis J. Tauriņš, skuju koku audzēm – J. Matuzānis, skuju koku jaunaudzēm – G. Ģērķis un J. Bisenieks, audzes krājai un tekošajam krājas pieaugumam – I. Liepa (Matuzānis, 1983).

Konkrētā pētījuma mērķis ir izzināt baltalkšņu audžu ražības modelēšanai nepieciešamās taksācijas rādītāju savstarpējās likumsakarības.

Materiāls un metode

Dati izvirzītā pētījumu mērķa sasniegšanai iegūti, ierīkojot parauglaukumus un uzmērot tajos nepieciešamos audzes taksācijas rādītājus. Bonitēšanas skalas izstrādāšanai izmantoti koku stumbru augstuma analīzes dati (Curtis, 1964). Šim nolūkam parauglaukumos izvēlēti un nocirsti 49 veseli, nebojāti, brīvi augoši, vidēju izmēru un formas paraugkoki. Paraugkoku skaita sadalījums pēc bonitātes ir tuvs normālajam (1. att.). Stumbra analīze veikta pēc vispārpieņemtās metodes, izzāgējot ripas



1. attēls. Paraugkoku skaita sadalījums saistībā ar bonitāti.
 Figure 1. Distribution of sample trees in relation to site index.

1 m garu sekciju vidū (Sarma, 1949).

Likumsakarību skaidrošanai starp audzes taksācijas rādītājiem lietota multiplās regresijas metode (Liepa, 1974). Multiplās regresijas modeļu izstrādāšanai nepieciešami parauglaukumu dati, kas vienmērīgi sadalīti visās trijās dimensijās – vecums, bonitāte un biežība (šķērslaukums vai koku skaits) –, bet tajā pašā laikā ar ļoti atšķirīgām biežībām pie pastāvīgiem pārējiem rādītājiem. Parauglaukumu ierīkošanas plānošanai izmantotas P. Mūrnieka izstrādātās augšanas gaitas tabulas (Mūrnieks, 1950). Parauglaukumu iekārtošanai izvēlēti iespējami lielāki meža nogabali ar viendabīgiem augšanas apstākļiem, vienmērīgu koku izvietojumu un ar baltalkšņa klātbūtni audzes sastāvā vismaz 8/10. Parauglaukumi ierīkoti tā, lai konstantā vecumā un bonitātē tie pārstāvētu audzes ar iespējami dažādāku biežību – no retainēm līdz pilnas biežības audzēm.

Dabā izmēģinājumi ierīkoti un

uzmērīti, daļēji izmantojot meža statistiskās inventarizācijas parauglaukumu ierīkošanas metodiku. Atkarībā no koku skaita audzē lietoti triju veidu apļu parauglaukumi: 100 m² platībā, kur uzskaitīti visi koki, 500 m² platībā, kur uzskaitīti visi koki, un 500 m² platībā, kur koki uzskaitīti pa trim sektoriem atkarībā no koka caurmēra. Parauglaukumos visiem kokiem izmērīts caurmērs, 15-20 kokiem augstums augstuma liknes aprēķināšanai, 20 paraugkoku urbumu skaidām izmērīts pēdējo 5 gadskārtu skaidām izmērīts platums. Katrā parauglaukumā 10-12 kokiem urbumu skaidas ņemtas arī koku vecuma noteikšanai.

Saskaņā ar darba metodiku pavisam ierīkoti un uzskaitīti 167 parauglaukumi. Parauglaukumos ievākto datu apstrādei un audžu taksācijas rādītāju aprēķināšanai izstrādātas trīs datorprogrammas *Excel* failu formātā – katram parauglaukumu veidam sava. Baltalkšņu stuburu tilpuma un audzes reducētā krājas tekošā pieauguma aprēķi-

nāšanai lietotas I. Liepas formulas (Liepa, 1996):

$$v = 0,7450 \cdot 10^{-4} L^{0,81295} d^{0,06935} \lg L^{+1,85346}, \text{ kur (1)}$$

v – baltalkšņa stumbra tilpums ar mizu, m³;

L – stumbra garums, m;

d – caurmērs krūšaugstumā, cm.

$$Z'_M = 12732,4 \psi H^{\alpha} D^{\beta} \lg H^{\alpha+\beta} \left[\frac{Z_H(\alpha+\beta \lg D)}{H} + \frac{Z_D(\alpha+\beta \lg H)}{10D} \right], \text{ kur (2)}$$

Z'_M – krājas reducētais tekošais faktiskais pieaugums, m³ (m²)⁻¹;

H – vidējais augstums, m;

D – vidējais caurmērs, cm;

Z_H – vidējā augstuma tekošais pieaugums, m;

Z_D – krūšaugstuma vidējā caurmēra tekošais pieaugums, mm;

$$\psi = 0,7450 \cdot 10^{-4}, \alpha = 0,81295, \beta = 0,06935,$$

$$\varphi = 1,85346.$$

Augstuma līkņu analītiskai izlīdzināšanai lietota R. Ozoliņa ieteiktā vienādsānu hiperbola (Ozoliņš, 1997):

$$H = 1,3 + \frac{d}{k \cdot d + c}, \text{ kur (3)}$$

$$c = \frac{N \cdot \sum \frac{1}{d_i \cdot (h_i - 1,3)} - \sum \frac{1}{d_i} \cdot \sum \frac{1}{h_i - 1,3}}{N \cdot \sum \frac{1}{d_i^2} - \sum \frac{1}{d_i} \cdot \sum \frac{1}{d_i}}$$

$$k = \frac{\sum \frac{1}{h_i - 1,3} - c \cdot \sum \frac{1}{d_i}}{N},$$

H – izlīdzinātie koku augstumi,

d – brīvi izvēlētie koku diametri,

d_i – izmērītie paraugkoku krūšaugstuma caurmēri,

h_i – izmērītie paraugkoku augstumi,

N – izmērīto paraugkoku skaits.

Katram parauglaukumam aprēķināts šķērslaukums un krāja pa stāviem, vidējais caurmērs un augstums pirmajam stāvam, bonitāte (H_{20}) pēc jaunās bonitāšu sistēmas formulas.

No ievāktā pētniecības materiāla atlasīti 150 parauglaukumi, kas uzskatīti kā tīraudzes un izmantoti turpmākajā darbā. Šo parauglaukumu kopsavilkums un vispārīgs raksturojums dots 1. tabulā, kur parādīts, kādās robežās variē taksācijas rādītāji atsevišķos parauglaukumos, t.i. taksācijas rādītāju minimālās un maksimālās vērtības. Redzams, ka taksācijas rādītāji svārstās ļoti plašās robežās, tādēļ pētniecības materiāls

1. tabula, Table 1

Parauglaukumu kopsavilkums
Summary of sample plots

Vecums Age	Parauglaukumu skaits Number of plots	Bonitāte, H_{20} Site index	Šķērslaukums Basal area	Koku skaits Number of trees
5	7	6,6-14,0	0,8-6,0	2920-11900
6-10	25	8,1-19,7	2,3-22,5	2640-12000
11-15	32	4,9-7,1	2,1-27,9	1220-15700
16-20	30	8,8-21,8	9,9-39,8	720-16300
21-25	17	10,7-18,5	12,4-38,4	920-5140
26-30	18	10,7-18,1	19,5-50,0	1100-4660
31-35	9	10,9-16,2	20,2-43,2	1220-3640
36-40	9	10,4-17,2	19,4-42,1	840-1860
>40	3	10,9-13,2	18,6-42,6	880-2200

ir izmantojams šo rādītāju savstarpējo likumsakarību skaidrošanai.

Rezultāti un diskusija

Matemātiskajā modelēšanā ļoti svarīga ir pareiza modeli iekļaujamo mainīgo pazīmju skaita izvēle, kas izdarāma loģiskās analīzes ceļā. Tā kā neviens modelis nevar pilnībā raksturot bioloģisko procesu pētāmās pazīmes dinamiku atkarībā no ārējiem faktoriem, viena no galvenajām modelēšanas problēmām ir saprātīga pazīmi ietekmējošo faktoru izvēle. No vienas puses pārāk mazs modeli iekļauto faktoru skaits nepilnīgi raksturo pētāmo pazīmi, bet no otras – pārāk liels faktoru skaits sarežģī modeļa izstrādi un praktisko pielietojumu. Tādēļ modeli iekļaujami tikai būtiskie, pazīmi ietekmējošie faktori. Meža augšanas gaitas modeļos parasti izmanto multiplās regresijas vienādojumus ar diviem, trim neatkarīgajiem mainīgajiem faktoriem vai regresoriem. Šādi augšanas gaitas modeļi jau izstrādāti Latvijā augošām priežu, egļu un bērzu tiraudzēm (Matuzānis, 1983).

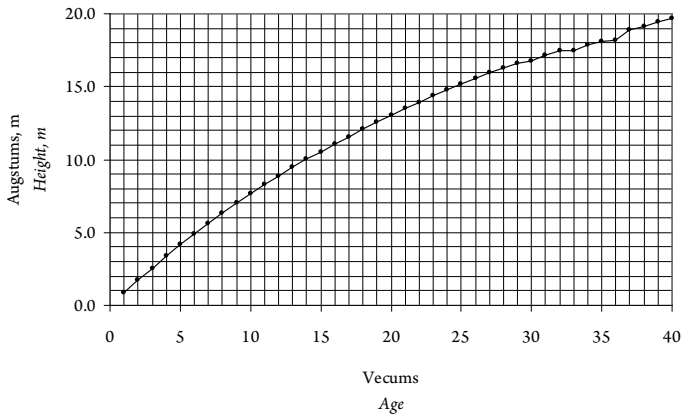
Koku un mežaudžu attīstība norisinās daudzu faktoru mijiedarbībā, tādēļ šajā procesā nav konstatējamas tik izteiktas likumsakarības, kādas tās ir fizikālajās un ķīmiskajās norisēs. Dzīvās dabas objekti – koki un mežaudzes – nepakļaujas tik noteiktām likumībām un matemātiskām formulām, kā nedzīvās dabas un tehnikas objekti. Meža taksācijā vienmēr saskaramies ar daudziem nenovēršamiem kļūdu avotiem. Tādēļ nav iespējama pilnīgi precīza koksnes krājas, pieauguma un citu taksācijas rādītāju noteikšana. Mūsu uzdevums – iespēju robežās izvairīties no kļūdām, lai izstrādātu

pietiekami vienkāršas un elastīgas metodes, kas atbilstu zinātnes un prakses vajadzībām. No iepriekš teiktā secināms, ka meža taksācijā iegūtie rezultāti ir ar lielāku vai mazāku tuvinātību un varbūtību.

Baltalkšņu audžu bonitātes

Bonitāšu likņu sistēmas izstrādāšanai izmantoti paraugkoku stumbru augstuma analīzes dati. Koku vecuma un augstuma sakarības parasti izsakāmas ar S-veidīgu līkni – sigmoīdu. Baltalksnis ir ātri augoša koku suga jau no pašas jaunības, tāpēc tā augstuma attīstības gaitā nav divu līknes pārliekuma punktu. Baltalkšņa augstuma veidošanās raksturojama ar vienkāršākām, vienmērīgi kāpjošām līknēm. Katra paraugkoka augstuma analīzes datu izlīdzināšana veikta, analītiski izmantojot otrās kārtas parabolu, kas iet caur koordinātu krustpunktu. Iegūtā līkne izsaka paraugkoka augšanu augstumā jeb augstuma attīstības gaitu visā tā dzīves laikā. No paraugkoku augstuma attīstības izlīdzinātajiem datiem aprēķinātas visu paraugkoku vidējās vērtības pa vecumiem, tādā veidā iegūstot augstuma attīstības vidējo līkni, kas dod priekšstatu par baltalkšņu augstuma attīstības gaitas līkņu formu un raksturu un ir izmantojama bonitēšanas sistēmas matemātiskā vienādojuma vispārīgā veida izvēlei. Visu paraugkoku vidējā augstuma attīstības līkne parādīta 2. attēlā.

Tā kā teorētiski precīzs matemātiskā vienādojuma vispārīgais veids, kas izteiktu koku augstuma attīstības sakarības, līdz šim vēl nav izziņots, empīriski veidojams iespējami vienkāršāks vienādojums, turklāt tāds, kas pilnīgāk raksturotu arī visā



2. attēls. Visu paraugkoku vidējā augstuma attīstības līkne.

Figure 2. Average tree height development curve for sample trees.

vecuma intervālā pastāvošās sakarības. Elementārākais matemātiskais risinājums, protams, ir taisnes vienādojums. Atrodot piemērotu vecuma pārveidojumu (abscisu ass transformācija), augstuma attīstības gaita ir izsakāma lineārā formā. Turklāt visu paraugkoku augstuma attīstības gaitu ļoti labi raksturo naturālās logaritmiskās līknes viens posms. Empīriskā ceļā atradām, ka, transformējot abscisu asi $\ln(\text{vecums}+15)$, augstuma attīstības līkne pārveidojas taisnē (3. attēls). Jāatzīmē, ka šī sakarība ir ļoti cieša – gandrīz funkcionāla –, par ko liecina augstais determinācijas koeficients $R^2 = 0,999$.

3. attēlā redzamās taisnes vienādojums vispārīgā veidā ir izsakāms šādi:

$$H = -a + b \ln(\text{vecums} + 15), \text{ kur} \quad (4)$$

H – augstums,

a un b – regresijas koeficienti.

Baltalkšņa bonitātes apzīmētas ar audzes vidējo augstumu 20 gadu vecumā. Regresijas koeficients b , attiecībā pret

abscisu asi ir regresijas taisnes slīpuma leņķa tangenss, savukārt leņķa tangensu izsaka pretkatetes attiecība pret piekateti. Mūsu gadījumā pretkatete ir paraugkoka augstums bāzes vecumā (20 gadi), ko apzīmē ar bonitāti – H_{20} . Piekatete ir funkcija no bāzes vecuma, t. i. $\ln(20 + 15) - \ln(15) = 0,847$ pie nosacījuma, ka augstuma attīstības līknes iet caur koordinātu krustpunktu ($Y=0, X=0$), jo tad taisne 3. attēlā krusto abscisu asi punktā $\ln(0 + 15) = 2,708$:

$$b = \text{tg } \alpha = \frac{H_{20}}{f(A_{20})} = \frac{H_{20}}{\ln(20 + 15) - \ln(15)} = \frac{H_{20}}{0,847}$$

Taisnes vienādojuma regresijas koeficients a ir vieta, kur taisne krusto ordinātu asi, ja abscisas vērtība ir 0.

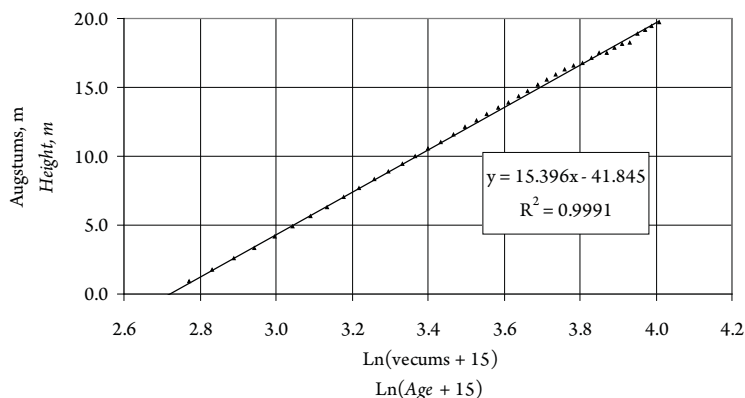
Tādējādi iegūstam baltalkšņa bonitāšu līkņu sistēmas matemātisko modeli:

$$H = \text{tg } \alpha (\ln(\text{vecums}+15) - \ln(0+15))$$

$$H = \frac{H_{20}}{0,847} (\ln(\text{vecums}+15) - 2,708), \text{ kur} \quad (5)$$

H – audzes augstums, m;

H_{20} – augstums bāzes vecumā (20 gadi) vai bonitāte, m.



3. attēls. Vidējās augstuma attīstības liknes un transformētā vecuma sakarība.

Figure 3. Interrelation of average tree height development curve and the transformed tree age.

Ja ir zināms audzes vecums un augstums, bonitāte aprēķināma pēc šādas formulas:

$$H_{20} = \frac{H \cdot 0,847}{\text{Ln}(\text{vecums} + 15) - 2,708} \quad (6)$$

Baltalkšņu audžu vidējā augstuma attīstība pa bonitātēm, kas izskaitļota pēc izstrādātā matemātiskā modeļa (5. vienādojums), salīdzinājumā ar P. Mūrnieka bonitāšu liknēm, parādīta 4. attēlā. Redzams, ka bonitāšu likņu raksturs ir nedaudz atšķirīgs. P. Mūrnieka bonitātes neaptver arī visu augšanas apstākļu dažādību: dabā sastopamas audzes, kuru bonitāte sasniedz pat $H_{20} = 20$ m.

Taksācijas rādītāju savstarpējās likumsakarības

Taksācijas rādītāju savstarpējo likumsakarību izpētē nav korekti lietot tradicionālo pāru regresijas analīzi, jo attiecīgo rādītāju ietekmē vairāki faktori, tādēļ spēcīgās fona ietekmes izslēgšana nav iespējama. Mūsu pētījumā lietota multiplā jeb daudzfaktoru regresijas analīze, kas

pētāmo pazīmi y interpretē kā vairāku neatkarīgo mainīgo x_i vienlaicīgas un kompleksas ietekmes rezultātu, t. i., $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$. Katras pētāmās pazīmes raksturošanai izvēlēti trīs neatkarīgie mainīgie un likumsakarību aprakstīšanai lietota multiplā pakāpes jeb Kobba-Duglasa funkcija (Liepa, 1974):

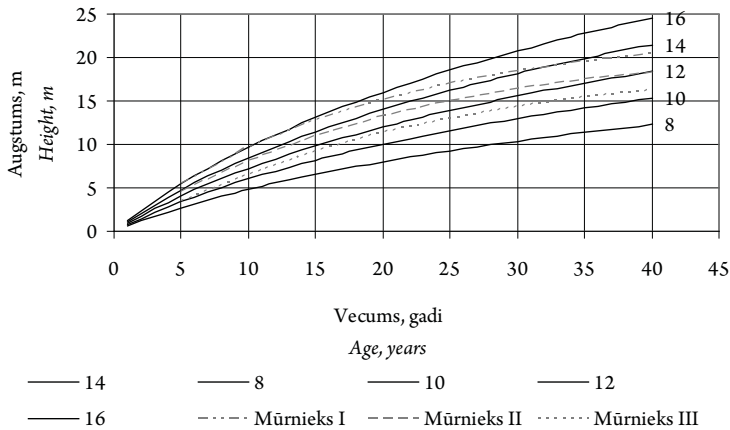
$$y = b_0 x_1^{b_1} x_2^{b_2} x_3^{b_3}.$$

Lai aprēķinātu multiplās nelineārās regresijas vienādojuma regresijas koeficientus, tā nelineārie locekļi linearizēti, tos logaritmējot:

$$\lg y = \lg b_0 + b_1 \lg x_1 + b_2 \lg x_2 + b_3 \lg x_3.$$

Regresijas koeficienti aprēķināti, izmantojot parauglaukumu datus, sastādot un atrisinot normālo vienādojumu sistēmu.

Viens no svarīgākiem mežaudzi raksturojošiem taksācijas rādītājiem ir audzes vidējais caurmērs. Teorētiski pastāv vairāki tā aprēķināšanas veidi, bet praksē un zinātniskos pētījumos lieto audzes vidējo caurmēru, kas atbilst audzes vidējā koka



4. attēls. Vidējā augstuma attīstības gaita saistībā ar audzes vecumu un bonitāti (H_{20} un P. Mūrnieka bonitātes).

Figure 4. Development of tree height, stand age and site index (H_{20} and site index of P. Mūrnieks (1950)).

šķērslaukumam. Vidējo caurmēru parasti aprēķina galvenajai audzei. Baltalksnim, kā gaismas prasīgai sugai, starpaudze ir ļoti vāji izteikta un praktiski nenozīmīga. Loģiskās analīzes rezultātā par audzes vidējo caurmēru ietekmējošiem faktoriem izvēlējamies vecumu, koku skaitu un bonitāti. Aprēķinātie regresijas koeficienti ir šādi:

$$D = 0,9898 A^{0,6586} N^{-0,1883} H_{20}^{0,742}. \quad (7)$$

Ievietojot vienādojumā (7) audzes vecumu (A) gados, koku skaitu uz 1 ha (N) un bonitāti (H_{20}) m, aprēķināms audzes vidējais caurmērs (D) cm. Regresijas koeficientu zīmes norāda atsevišķo regresoru ietekmes virzienu. Mūsu gadījumā, vecumam un bonitātei pieaugot, audzes caurmērs palielinās, savukārt koku skaitam ir pretēja ietekme – jo tas mazāks, jo caurmērs ir lielāks pie konstantiem pārējiem funkcijas

argumentiem. Regresijas vienādojuma (7) biometriskie rādītāji ir šādi: kopējā noviržu kvadrātu summa $Q = 3515,59$; atlikuma noviržu kvadrātu summa $Q_z = 154,308$; regresijas standartnovirze $s_D = 1,0$ cm; multiplās korelācijas koeficients $R_D = 0,978$; multiplais determinācijas koeficients $R^2_D = 0,96$.

Galvenie, audzes krāju ietekmējošie taksācijas rādītāji ir vecums, šķērslaukums un bonitāte. Aprēķinātais, audzes krāju raksturojošais multiplās nelineārās sakarības regresijas vienādojums ir:

$$V = 0,1625 A^{0,548} G^{1,011} H_{20}^{0,7855}, \quad \text{kur} \quad (8)$$

V – krāja, $m^3 ha^{-1}$;

A – vecums, gadi;

G – šķērslaukums, $m^2 ha^{-1}$;

H_{20} – bonitāte, m.

Regresijas vienādojumu (8) raksturojošie rādītāji ir:

$$Q = 1371228, Q_z = 1307, s_v = 3,2 m^3 ha^{-1},$$

$$R_v = 1,000, R_v^2 = 0,999.$$

Statistiskie rādītāji liecina par ļoti ciešu sakarību starp audzes krāju un izvēlētajiem trim neatkarīgajiem mainīgajiem.

Audzes šķērslaukuma aprēķināšanai izskaitļots vienādojums (9):

$$G = 0,0000451 A^{1,3278} N^{0,6582} H_{20}^{1,546}. \quad (9)$$

Regresijas vienādojumu (9) raksturojošie rādītāji ir:

$$Q = 15105, Q_z = 1597, s_G = 3,5 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1},$$

$$R_G = 0,946, R_v^2 = 0,894.$$

Audzes krājas pieaugums ir viens no informatīvākajiem, bet vienlaikus arī visgrūtāk nosakāmajiem taksācijas rādītājiem, jo pieauguma veidošanos ietekmē daudzi faktori. Nozīmīgākie ir: koku suga, vecums, izcelšanās, augšanas apstākļi, audzes biežība, veselības stāvoklis. Optimāla faktoru kombinācija var labvēlīgi ietekmēt pieaugumu. Tekošais krājas pieaugums nav izmērāms, bet aprēķināms lielums. Tas ir galvenais indikators dažādu mežsaimniecisko pasākumu ietekmes uz audzes augšanas gaitu novērtēšanai. Ir jāzina audzes vai audžu kopas krājas tekošais pieaugums, lai pareizi noteiktu vienā paņēmienā izcērtamo krāju regulētajā izlases cirtē. Tekošais krājas pieaugums ir kopšanas cirtes intensitātes, mežaudzes mēslošanas efektivitātes, kā arī citu mežsaimniecisko pasākumu izvērtēšanas nozīmīgākais kritērijs.

Pastāv vairāki krājas pieauguma veidi. Šajā darbā apskatīts krājas faktiskais pieaugums, t.i. tas pieauguma veids, ko izsaka noteikšanas gadā audzē vai audžu kopā augošo koku stumbru summārais pieaugums, kas radies pēdējo 5 gadu laikā. To izdalot ar perioda gadu skaitu (5), iegūstams vidēji periodiskais faktiskais tekošais pieaugums.

Ja faktiskais pieaugums noteikts vienam gadam, to sauc par ikgadējo pieaugumu. Ņemot vērā ikgadējā pieauguma noteikšanas metodiskās grūtības, dažkārt vidēji periodiskais tekošais un ikgadējais pieaugums tiek uzskatīti par identiskiem, kas teorētiski ir kļūdaini, jo pirmā vērtību nosaka perioda garums. Krājas tekošais faktiskais pieaugums vienmēr ir pozitīvs lielums. Katrā audzē, vienlaicīgi ar organisko vielu sintēzes procesu (tekošais koksnes pieaugums), notiek arī nepārtraukta koksnes atmiršana. No krājas tekošā faktiskā pieauguma atņemot atmirumu, aprēķināms krājas dabiskais pieaugums. Tā skaitliskā vērtība var būt kā pozitīva, tā negatīva vai vienāda nullei. Būtiskas koksnes krājas dinamikas izmaiņas izraisa meža ciršanas apjomi. Meža dabiskais pieaugums samazinās par gada laikā izcirstās koksnes daudzumu. Starpība starp dabisko pieaugumu un izcirsto krāju ir reālais meža krājas pieaugums, ko sauc arī par krājas izmaiņu vai diferenci. Tādēļ tekošais koksnes krājas pieaugums nekādā ziņā nav saistāms ar pieļaujamiem meža ciršanas apjomiem.

Audzes tekošais krājas pieaugums katram parauglaukumam aprēķināts, reizinot reducēto tekošo faktisko pieaugumu Z'_M ar audzes šķērslaukumu. Reducētais tekošais krājas pieaugums aprēķināts pēc formulas (2), izmantojot urbumu skaidas, pēc kurām noteikts gadskārtu platums. Vidējā augstuma tekošais pieaugums aprēķināts, izmantojot sastādīto bonitāšu likņu vienādojumu (5), kura pirmais atvasinājums pēc audzes vecuma izsaka audzes augstumā augšanas ātrumu vai, precīzāk, augstuma tekošo ikgadējo pieaugumu:

$$H'_{vecums} = Z_H = \frac{H_{20}}{0,847} \cdot (\text{vecums} + 15), \text{ kur (10)}$$

Z_H – audzes tekošais ikgadējais augstuma pieaugums, m;

H_{20} – bonitāte, m;

vecums – audzes vecums, gadi.

Tekošā krājas pieauguma aprēķināšanai kamerāli, bez papildus informācijas ievākšanas, izmantojot tikai tradicionālos taksācijas rādītājus, reducētais tekošais krājas pieaugums ir izlīdzināts atkarībā no audzes vecuma un bonitātes. Parauglaukumu datu aproksimācijai lietota multiplā nelineārā regresija. Izmantojot 69 parauglaukumu datus, izskaitļoti vienādojuma (11) regresijas koeficienti. Ar šo pašu vienādojumu aprēķināms arī reducētais tekošais krājas pieaugums:

$$Z'_M = 0,8010 A^{-0,2588} H_{20}^{0,3095}, \text{ kur (11)}$$

Z'_M – reducētais tekošais faktiskais krājas pieaugums, $\text{m}^3 (\text{m}^2)^{-1}$;

A – audzes vecums, gadi;

H_{20} – bonitāte, m.

Vienādojuma (11) statistiskie rādītāji ir šādi:

$$Q_z = 1,080, Q = 1,674, s = 0,13, R = 0,596.$$

Vienādojuma (11) statistiskie rādītāji ir ļoti pieticīgi, jo, kā jau bija paredzams, liela ir datu izkliede. Regresijas vienādojums izskaidro tikai vienu trešo daļu ($R^2 = 0,35$) no kopējās datu izkļedes, bet pārējais attiecināms uz fona ietekmi. Arī literatūrā atrodamas norādes (Liepa, 1996), ka krājas pieauguma variācijas koeficients ir ļoti liels – 45-90%. Mūsu pētījumā konstatēts, ka baltalkšņu audzēs arī lielā vecumā (40 gadi), pie attiecīga šķērslaukuma,

tekošais krājas pieaugums ir ievērojams ($20-30 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ gadā). To apliecina arī ierīkotajos parauglaukumos noteiktais gadskārtas platums, kas ir 2-3 mm.

Izzinātās baltalkšņu audžu taksācijas rādītāju savstarpējās likumsakarības ir izmantojamas audzes ražības modelēšanai un baltalkšņa audzēšanas pagaidu programmu izstrādāšanai. Laika gaitā, uzkrājot pētniecības materiālus un periodiski pārmērot pastāvīgos parauglaukumus, modeļus ir iespējams pilnveidot. Modelēšanas procesā dati nav ekstrapolējami, t.i., formulās ievietotās neatkarīgo mainīgo vērtības nedrīkst pārsniegt parauglaukumos iegūto datu rādījumus (1. tabula).

Meža audzēšanas procesā galvenais saprātīgi regulējams, vienkārši nosakāmais un izstrādātajos modeļos iekļautais rādītājs ir koku skaits audzē. Dabiskā audzes attīstības gaitā koku skaita samazināšanās procesam ir hiperbolas raksturs (Антанайтис и др., 1986). Pieņemot, ka koku skaits audzē 40 gadu laikā samazinās no $10000 \text{ gab. ha}^{-1}$ līdz $1000 \text{ gab. ha}^{-1}$, veikta audzes ražības rādītāju modelēšana, kas parādīta 2. tabulā. Audzes vidējais krājas pieaugums aprēķināts, izdalot krāju ar vecumu, bet kopējā ražība – kā faktiskā tekošā krājas pieauguma integrālis. Lai gan modelētā tabula neraksturo baltalkšņu audžu augšanas gaitu, tomēr rāda, ka līdz 40 gadu vecumam tekošais krājas pieaugums visu laiku ir lielāks nekā vidējais pieaugums.

2. tabula, Table 2

Audzies ražības rādītāji baltalksnim uz 1 ha
Productivity of grey alder per ha

Vecums, gadi Age, year	Augstums, m Height, m	Caurmērs, cm DBH, cm	Koku skaits Number of trees	Šķērslaukums, m ² Basal area, m ²	Krāja, m ³ Volume, m ³	Krājas pieaugums Volume increment			Kopējā ražība, m ³ Total production, m ³
						reducētais tekošais, m ³ (m ²) ⁻¹ * reduced current, m ³ (m ²) ⁻¹ *	faktiskais tekošais, m ³ * current, m ³ *	vidējais, m ³ average, m ³	
Bonitāte $H_{20} = 8$ m / Site index = 8 m									
5	2,7	2,3	10000	4,2	9	1,01	-	1,7	
10	4,8	4,1	5200	6,9	21	0,84	5,1	2,1	34
15	6,5	5,7	3500	9,1	34	0,76	6,4	2,3	66
20	8,0	7,3	2700	11,3	50	0,70	7,4	2,5	104
Bonitāte $H_{20} = 12$ m / Site index = 12 m									
5	4,1	3,4	8000	7,1	20	1,14	-	4,0	
10	7,2	5,9	4300	11,8	49	0,95	9,8	4,9	69
15	9,8	8,2	2900	15,5	81	0,86	12,4	5,4	131
20	12,0	10,4	2300	19,5	119	0,80	14,5	6,0	203
25	13,9	12,5	1800	22,3	155	0,75	16,2	6,2	284
30	15,6	14,5	1600	26,2	201	0,72	17,8	6,7	373
35	17,1	16,5	1400	29,4	246	0,69	19,6	7,0	471
40	18,4	18,4	1200	31,8	286	0,67	20,7	7,2	575
Bonitāte $H_{20} = 16$ m / Site index = 16 m									
5	5,4	4,5	6000	9,4	34	1,25	-	6,7	
10	9,7	7,8	3300	15,8	83	1,04	14,4	8,3	106
15	13,1	10,8	2300	21,4	140	0,94	18,4	9,4	198
20	16,0	13,7	1800	26,6	205	0,87	21,7	10,2	306
25	18,5	16,4	1500	31,6	276	0,82	24,6	11,0	429
30	20,8	19,0	1300	36,6	353	0,78	27,4	11,8	566
35	22,7	21,5	1100	40,3	423	0,75	29,5	12,1	714
40	24,5	24,0	1000	45,0	510	0,73	31,6	12,8	871
Bonitāte $H_{20} = 20$ m / Site index = 20 m									
5	6,8	5,8	4000	10,5	45	1,33	-	9,0	
10	12,1	10,0	2300	18,2	114	1,12	17,6	11,4	133
15	16,4	13,8	1700	25,4	200	1,00	23,1	13,3	248
20	20,0	17,3	1400	32,6	300	0,93	28,1	15,0	389
25	23,2	20,6	1200	39,4	411	0,88	32,6	16,5	552

* pieauguma orientācija – vidējais periodiskais tekošais krājas pieaugums pagājušajos 5 gados /
 increment tendency – periodic mean current increment for the past 5 years.

Secinājumi

1. Uz paraugkoku stumbra analīzes datu bāzes izstrādāts baltalkšņa bonitēšanas skalas matemātiskais modelis, ar kura palīdzību izskaitļojamas vidējā augstuma augšanas gaitas liknes līdz 40 gadu vecumam jebkurai bonitātei. Bonitātes apzīmētas ar audzes vidējo augstumu metros, 20 gadu vecumā. Izstrādātais modelis izmantots arī augstuma tekošā pieauguma aprēķināšanai.
2. Izstrādāti audzes taksācijas rādītāju savstarpējo likumsakarību matemātiskie modeļi, ar kuru palīdzību nosakāmi audzes ražības rādītāji: vidējais caurmērs, šķērslaukums, krāja un tekošais faktiskais krājas pieaugums.
3. Izzinātās taksācijas rādītāju savstarpējās likumsakarības izmantojamas audzes ražības rādītāju modelēšanai un baltalkšņa audzēšanas programmu izstrādāšanai.
4. Baltalkšņu audzes līdz 40 gadu vecumam joprojām ir augstāzīgas, un tekošais krājas pieaugums šajā laika periodā vienmēr bijis lielāks nekā vidējais pieaugums.

Literatūra

- Curtis, R.A.** (1964). Stem analysis approach to site- index curves. *Forest Science*, 10: 241-256.
- Liepa, I.** (1974). *Biometrija*. Zvaigzne, Rīga, 336 lpp.
- Liepa, I.** (1996). Pieauguma mācība. Jelgava, LLU, 123 lpp.
- Matuzānis, J.** (1983). Audžu augšanas gaitas un produktivitātes modeļi. Apskats, Rīga, LatZTIZPI, 32 lpp.
- Miezīte, O.** (2008). Baltalkšņa audžu ražība un struktūra. Promocijas darba kopsavilkums Dr. silv. zinātniskā grāda iegūšanai, Jelgava, 52 lpp.
- Mūrnieks, P.** (1950). Baltalkšņa (*Alnus incana* Moench) augšanas gaita Latvijas PSR. Mežsaimniecības problēmu institūta raksti, II sējums, Latvijas PSR Zinātņu akadēmija, Rīga, 217.-252. lpp.
- Ozoliņš, R.** (1997). Baltalkšņa stumbru tilpuma tabulas. Valsts meža dienests.
- Sarma, P.** (1949). Meža taksācija. Rīga, LVI, 590 lpp.
- Антанайтис, В.В., Тябера, А.П., Шяптяене, Я.А.** (1986). Законы, закономерности роста и строения древостоев. Каунас, 1986, 158 стр.