

LATVIJAS VALSTS MEŽZINĀTNES
INSTITŪTS „SILAVA”

**PARASTĀS PRIEDES *PINUS SYLVESTRIS*
VIRSAUGSTUMA AUGŠANAS GAITAS
PROGNOŽU MODEĻI SAUSIENŪ
MEŽA TIPOS LATVIJĀ**

GUNTARS ŠŅEPSTS, JĀNIS DONIS

LATVIJAS VEGETĀCIJA

27

Latvijas Veģetācija, 27, 2017

Redaktori

Māris Laiviņš, Latvijas Valsts mežzinātnes institūts „Silava”

Agnese Priede, Dabas aizsardzības pārvalde

Redkolēģija

Baiba Bambe, Latvijas Valsts mežzinātnes institūts „Silava”

Linda Gerra-Inohosa, Latvijas Valsts mežzinātnes institūts „Silava”

Āris Jansons, Latvijas Valsts mežzinātnes institūts „Silava”

Dace Kļaviņa, VZI APP Nacionālais botāniskais dārzs

Māris Laiviņš, Latvijas Valsts mežzinātnes institūts „Silava”

Kaspars Liepiņš, Latvijas Valsts mežzinātnes institūts „Silava”

Solvita Rūsiņa, Latvijas Universitātes Ģeogrāfijas un Zemes zinātņu fakultāte

Tehniskā redaktore, datorsalikums

Ilva Konstantinova, Latvijas Valsts mežzinātnes institūts „Silava”

Citēšanas piemērs:

Šņepsts, G., Donis, J., 2017. Parastās priedes *Pinus sylvestris* virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļi sausieņu meža tipos Latvijā. *Latvijas Veģetācija* 27: 1–98.

Žurnāla raksti ir recenzēti. Iesniegtos rakstus pirms publicēšanas izvērtē redaktors un anonīmi recenzenti.

Before accepting and publishing papers in this journal the articles are reviewed by the editor and anonymous reviewers.

ISSN 1407–3641

© Latvijas Valsts mežzinātnes institūts „Silava”

Žurnāls elektroniskā formā lasāms interneta vietnēs
www.silava.lv un www.botany.lv

ANOTĀCIJA

Šņepsts G., Donis J. (2017) Parastās priedes *Pinus sylvestris* virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļi sausieņu meža tipos Latvijā.

Latvijā mežaudzes augstums ir viens no nozīmīgākajiem taksācijas rādītājiem, kas tiešā vai netiešā veidā ietekmē mežsaimniecisko darbību. Šobrīd Valsts meža dienesta Meža valsts reģistra datu bāzē augstuma augšanas prognozēšanai izmanto vienādojumus, kas izstrādāti 20. gs. 80. gados, balstoties uz 60. un 70. gados vienreiz uzņēmīto parauglaukumu un stumbra analīžu datiem. Kopš šo vienādojumu izstrādes Latvijā mežsaimnieciskā darbība ir kļuvusi intensīvāka, kā arī ir mainījušies klimatiskie apstākļi, kā rezultātā ir nepieciešams izstrādāt jaunus, adekvātus mežaudzes augstuma augšanas gaitas prognožu modeļus.

Darba mērķis ir izstrādāt adekvātus un statistiski ticamus parastās priedes *Pinus sylvestris* virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļus sausieņu meža tipos Latvijā.

Rakstā virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļi izstrādāti, balstoties uz Meža statistiskas inventarizācijas pirmajā un otrajā ciklā atkārtoti pārmērīto parauglaukumu datu bāzi. Mežaudzes virsaugstuma augšanas gaita modelēta kā atsevišķu virsaugstuma kopai piederošu koku pirmajā un otrajā ciklā uzņēmīto augstumu starpība; kopumā izmantoti dati par 672 kokiem no 373 parauglaukumiem.

Parastās priedes virsaugstuma augšanas gaitas raksturošanai silā, mētrājā, lānā un damaksnī katrā ir izstrādāti seši dažādi prognožu modeļi, kas balstīti uz Čapmana-Ričardsa (*Chapman-Richards*), Hossfelda (*Hossfeld*), Hossfelda I, Hossfelda IV, Lunkvista-Korfa (*Lunqvist-Korf*) un Štranda (*Strand*) bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļiem.

Visos meža tipos (sil, mētrājs, lāns, damaksnis) datu analīzē izmantoto krūšaugstuma vecuma un virsaugstuma bonitāšu vērtību apgabalā visi aproksimētie modeļi precīzi un loģiski raksturo priedes virsaugstuma augšanas gaitu. Mētrājā, lānā un damaksnī parastās priedes virsaugstuma augšanas gaita savstarpēji ir līdzīga, bet tā atšķiras no augšanas gaitas silā. Tādēļ mētrājā, lānā un damaksnī ir izstrādāti vienoti iepriekš uzskaitītie vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļi. Ņemot vērā spēju bioloģiski pamatoti un loģiski ekstrapolēt virsaugstuma augšanas gaitu un vienādojumu statistiskos rādītājus, priedes virsaugstuma augšanas gaitas modelēšanā ieteicams izmantot atsevišķus aproksimētos Hossfelda vai Hossfelda IV bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļus silā un atsevišķus aproksimētos Hossfelda vai Hossfelda IV bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļus pārējos meža tipos (mētrājs, lāns, damaksnis).

Atslēgas vārdi: virsaugstums, virsaugstuma augšanas gaita, vispārinātās algebriskās diferences pieejas modelis, parastā priede *Pinus sylvestris*.

SUMMARY

Šņepsts G., Donis J. (2017) Dominant height growth models for Scots pine *Pinus sylvestris* in forest stands on dry mineral soils in Latvia.

Height growth and tree height are amongst the main inventory measurements in forest stands, which describe the productivity of stands and necessary forest management. According to the information provided by the Latvian State Forest Service, the current height growth models used for the country-wide yield predictions, are based on the equations developed in the 1980s, which were created on the basis of unrepeated survey data from limited number of plots surveyed in the 1960s and 1970s. Since the development of these equations, changes in climate as well as the advances in forest management have caused the necessity for more accurate and flexible models for predictions of growth of forest stands in varying conditions. The aim of this paper was to develop accurate, robust and statistically reliable dominant height growth models for Scots pine *Pinus sylvestris* in the dry forest types in Latvia.

Data from the permanent plots within the national forest inventory network were used for developing the base-age invariant dominant height growth models. Repeated height measurements (estimated with a five year interval) from 672 dominant trees representing 373 plots equally distributed across the territory of Latvia were used. Height growth of the dominant Scots pine in *Cladinoso-callunosa*, *Vacciniosa*, *Myrtillosa*, and *Hylocomiosa* forest types was calculated using six different non-linear equations (Chapman-Richards, Hossfeld, Hossfeld I, Hossfeld IV, Lunqvist-Korf, and Strand) rewritten in the algebraic difference form.

Irrespectively of site type, within the studied range of site indices, height, and breast height age, the developed models had accurate and consistent predictions of the dominant tree height growth. Still, the best performing models differed by forest types.

In *Vacciniosa*, *Myrtillosa* and *Hylocomiosa* forest stands, dominant height growth was similar, yet in the *Cladinoso-callunosa* stands showed diverse height growth pattern. Hence, common models were developed for *Vacciniosa*, *Myrtillosa* and *Hylocomiosa* stands, and individual models were developed for the nutrient-poor *Cladinoso-callunosa* stands. The height growth of dominant Scots pine was best predicted by Hossfeld and Hossfeld IV equations; however, diverse model parameters should be applied for the *Cladinoso-callunosa* stands.

Key words: dominant height, dominant height growth, generalized algebraic difference approach, Scots pine, *Pinus sylvestris*.

SATURS

	Lpp.
Darbā lietotie saīsinājumi un simboli.....	4
Ievads.....	7
1. Līdzšinējo pētījumu apskats.....	9
1.1. Mežaudzes augstumu definīcijas, mežaudzes virsaugstuma un vidējā augstuma sakarība.....	9
1.1.1. Mežaudzes augstumu definīcijas.....	9
1.1.2. Mežaudzes virsaugstuma un vidējā augstuma sakarība.....	13
1.2. Parastās priedes augstuma augšanas gaitu ietekmējošie faktori.....	15
1.2.1. Koku sugas bioloģiskās īpašības.....	16
1.2.2. Izcelsme.....	16
1.2.3. Fizioloģiskais stāvoklis.....	17
1.2.4. Koku, meža elementu vai mežaudzes vecums.....	17
1.2.5. Augšanas vieta.....	17
1.2.6. Mežsaimnieciskā darbība.....	21
1.3. Augšanas gaitas modeļu klasifikācija un vispārīgie principi.....	23
1.4. Augstuma augšanas gaitas modeļu attīstības vēsture.....	27
1.5. Augstuma augšanas gaitas modeļi Latvijā un citās Eiropas Ziemeļvalstīs.....	29
1.5.1. Latvija.....	29
1.5.2. Igaunija.....	31
1.5.3. Lietuva.....	32
1.5.4. Somija.....	34
1.5.5. Zviedrija.....	39
1.6. Secinājumi.....	42
2. Materiāls un metodes.....	43
2.1. Pētījuma objektu raksturojums.....	43
2.2. Lauku darbu metodika.....	45
2.3. Kamerālo darbu metodika.....	46
3. Rezultāti.....	49
3.1. Parastās priedes virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļi dažādos sausieņu meža tipos.....	49
3.1.1. Sils.....	49
3.1.2. Mētrājs.....	58
3.1.3. Lāns.....	66
3.1.4. Damaksnis.....	74
3.2. Izstrādāto parastās priedes virsaugstuma augšanas gaitas prognožu savstarpējs salīdzinājums.....	82

Kopsavilkums.....	91
Literatūra.....	92
Pateicības.....	98

DARBĀ LIETOTIE SAĪSINĀJUMI UN SIMBOLI

- ADA – algebriskās diferences pieeja
 CR – Čapmana-Ričardsa (*Chapman-Richards*) bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modelis
 Dm – damaksnis
 GADA – vispārinātās algebriskās diferences pieeja
 HF – Hosfelda (*Hossfeld*) bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modelis
 HF I – Hosfelda I bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modelis
 HF IV – Hosfelda IV bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modelis
 LK – Lunkvista-Korfa (*Lunqvist-Korf*) bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modelis
 LLU – Latvijas Lauksaimniecības universitāte
 Ln – lāns
 LVMI – Latvijas Valsts mežzinātnes institūts
 Mr – mētrājs
 MSI – meža statistiskā inventarizācija
 Sl – sils
 ST – Štranda (*Strand*) bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modelis
 VMD – Valsts meža dienests

IEVADS

Mežaudzes augšanas gaitas modeļiem ir nozīmīga loma mežsaimniecībā. Precīzi un aktuāli augšanas gaitas modeļi ļauj prognozēt sagaidāmo mežaudzes pieaugumu (prognozēt koksnes resursus un to izmaiņas), un iespējamus mežsaimnieciskās darbības riskus. Adevkāti mežaudzes augšanas gaitas modeļi ļauj modelēt dažādu mežsaimniecisko pasākumu alternatīvas, kam ir nozīmīga loma mežsaimnieciskās darbības plānošanā.

Vienkārši augšanas gaitas modeļu pirmsākumi jau atrodami 18. gs., bet nozīmīgs progress augšanas gaitas modelēšanā ir noticis pēdējo trīsdesmit gadu laikā, kad, pateicoties tehnoloģiju attīstībai (personālo datoru un datorprogrammu attīstība), modeļi ir kļuvuši daudz reālistiskāki, bet vienlaicīgi arī komplicētāki (Weiskittel *et al.*, 2011). Mežaudzes augstuma augšanas gaitas modelēšanā pēdējos gados plaši tiek izmantoti bāzes vecuma neatkarīgu funkciju vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļi jeb tā saucamie GADA (*generalized algebraic difference approach*) modeļi (Cieszewski, Bailey, 2000), kas ir *s*-veida polimorfiski modeļi ar dažādām asimptotām. GADA modeļi ir ērti praktiski lietojami, jo augstuma izmaiņas tiek modelētas atkarībā no koku augstuma konkrētā vecumā, bet nav nepieciešama informācija par to augstumu bāzes vecumā jeb bonitāti.

Literatūrā norādīts, ka mežaudzes augstuma augšanas gaitas modelēšanai un mežaudzes produktivitātes raksturošanai par vispiemērotāko uzskatāms mežaudzes virsaugstums vai dominējošo koku augstums (van Laar, Akça, 2007; Skovsgaard, Vanclay, 2008).

Latvijā mežaudzes, atsevišķa meža elementa un atsevišķu koku augstums ir vieni no nozīmīgākajiem taksācijas rādītājiem, kas tiešā vai netiešā veidā ietekmē mežsaimniecisko darbību. Piemēram, tas reglamentē palikušās audzes minimālo šķērslaukumu vai minimālo koku skaitu pēc kopšanas cirtes, vai arī galvenās cirtes minimālo caurmēru un vecumu. Šobrīd Latvijā VMD (Valsts meža dienests) meža valsts reģistra datu bāzē augstuma augšanas prognozēšanai izmanto vienādojumus, kas paredzēti mežaudzes vidējā augstuma aktualizācijai. Šie vienādojumi izstrādāti 20. gadsimta 80. gados, balstoties uz 60. un 70. gados vienreiz uzmērīto parauglaukumu un stumbra analīžu datiem (Matuzānis, 1983; Матузанис, 1988). Šie augstuma augšanas gaitas prognožu modeļi ir anamorfiski, jo vienādojumu izstrādes brīdī autoriem nebija tehnisku iespēju izveidot polimorfiskus vienādojumus, kas uzskatāmi par piemērotākiem augstuma augšanas gaitas raksturošanai (Cieszewski, 2002). Kopš šo vienādojumu izstrādes Latvijā nenoliedzami mežsaimnieciskā darbība ir kļuvusi intensīvāka un ir mainījušies klimatiskie apstākļi (Jansons u.c., 2010), līdz ar to ir mainījusies arī koku augšanas gaita (Spiecker, 1999, 1999a; Pretsch, 2009), tādēļ ir nepieciešams izstrādāt jaunus, adekvātus augšanas gaitas vienādojumus.

Latvijā 2004. gadā tika uzsākta meža statistiskā inventarizācija (Jansons, Līcīte, 2010), kuras laikā regulārā tīklā ik pa pieciem gadiem tiek pārmērīti vairāki tūkstoši parauglaukumu. Šie dati ļauj izstrādāt jaunus, statistiski ticamus mežaudzes augstuma augšanas gaitas modeļus (tajā skaitā arī augstuma augšanas gaitas modeļus), kas adekvāti

raksturotu mežaudzes augšanas gaitu šī brīža klimatiskajos apstākļos un ņemot vērā esošo mežsaimnieciskās darbības intensitāti.

Darba mērķis ir izstrādāt adekvātus un statistiski ticamus parastās priedes *Pinus sylvestris* virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļus sausieņu meža tipos Latvijā, modelēšanai piemērojot bāzes vecuma neatkarīgo funkciju vispārinātās algebriskās diferences vienādojumus jeb GADA (*generalized algebraic difference approach*) algoritmus. Pētījumā ir uzsvērti šādi galvenie problēmas risinājumi: (1) analizēti mežaudžu augšanas gaitas modeļu izstrādes vispārīgie principi un šobrīd praksē izmantotie augšanas gaitas vienādojumi; (2) noskaidroti parastās priedes augstuma augšanas gaitu ietekmējošie kritiskie vides faktori boreonemorālajā ekotonā un novērtēta to piemērotība augšanas gaitas modelēšanai un (3) izstrādāti matemātiskie modeļi virsaugstuma augšanas gaitas prognozēšanai sausieņu meža tipos Latvijā.

1. LĪDZŠINĒJO PĒTĪJUMU APSKATS

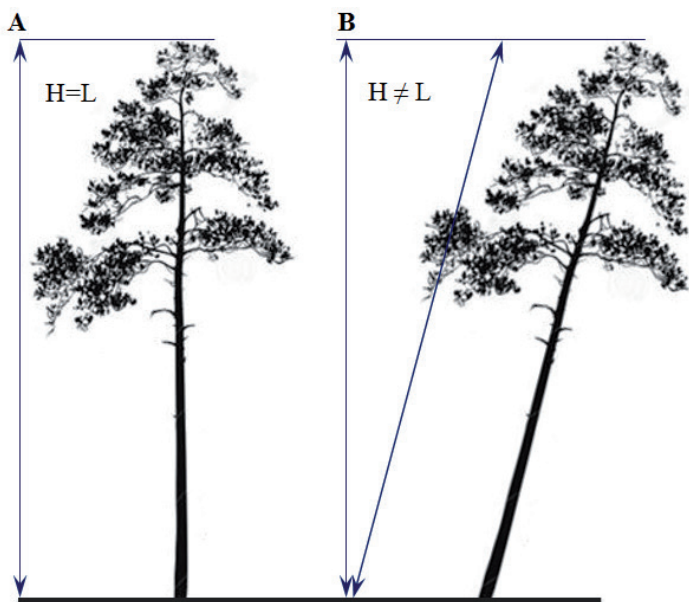
1.1. Mežaudzes augstumu definīcijas, mežaudzes virsaugstuma un vidējā augstuma sakarība

1.1.1. Mežaudzes augstumu definīcijas

Mežsaimniecībā ir ļoti daudz dažādu terminu, un to viennozīmīga interpretācija un izpratne ir vitāli nepieciešama, lai nerastos lieki pārpratumi. Tādēļ darba iesākumā ir doti darbā izmantoto ar mežaudzes augstumu saistītās terminu definīcijas.

Mežsaimniecībā var izdalīt atsevišķa koka, meža elementa un mežaudzes augstumu.

Atsevišķa koka augstums vispārējā izpratnē ir vertikālais attālums starp koka galotni (angliski – *top*) un bāzes punktu (angliski – *base*), par kuru parasti tiek pieņemts sakņu kakls, zemes virma vai celma augstums. Koka tilpuma aprēķināšanai ir piemērotāks koka garums, kas ir attālums paralēli stumbra asij starp koka galotni un bāzes punktu. Ja taisniem un vertikāli augošiem kokiem koka augstums un koka garums ir vienāds, tad slīpi augošiem vai līkiem kokiem tie atšķiras (1.1. att.).



1.1. attēls. Atsevišķa koka augstums un garums: H – koka augstums; L – koka garums.

Mežsaimniecībā par vienu meža elementu parasti pieņem vienas sugas, vienādas izcelsmes, vienas paaudzes, līdzīgas attīstības un vienādos augšanas apstākļos savstarpēji mijiedarbojošos koku kopu (Skudra, Dreimanis, 1993; Donis, 2014).

Mežsaimniecībā starptautiski pieņemti dažādi termini, kas izmantojami mežaudzes un atsevišķu meža elementu augstumu raksturošanai (van Soest *et al.*, 1965):

- Loreja augstums – caurmēra grupu pēc šķērslaukuma vidējais svērtais augstums;
- aritmētiski vidējais augstums;
- vidējā aritmētiskā caurmēra kokam atbilstošais augstums – nosakāms no augstumlīknes;
- vidējā kvadrātiskā caurmēra kokam atbilstošais augstums – nosakāms no augstumlīknes;
- ranžētas rindas vidējā (mediāna) caurmēra kokam atbilstošais augstums – nosakāms no augstumlīknes;
- ranžētas rindas vidējā (mediāna) šķērslaukuma kokam atbilstošais augstums – nosakāms no augstumlīknes;
- dominējošo koku vidējais augstums jeb virsaugstums – precīza definīcija ir atsevišķi jānorāda.

Mežaudzes virsaugstumam starptautiski nav dota precīza definīcija, līdz ar to katru reizi, lietojot šī veida augstumu, ir precīzi jānorāda, kādai audzes daļai tiek noteikts un kādā veidā tiek aprēķināts augstums.

Literatūrā virsaugstums tiek definēts dažādos veidos (van Laar, Akça, 2007), bet visbiežāk tas tiek izteikts:

- matemātiski:
 - noteikta mežaudzes koku skaita vidējais augstums;
 - noteikta mežaudzes koku īpatsvara vidējais augstums;
 - mežaudzes maksimālais koku augstums;
- bioloģiski:
 - noteiktu koku sociālā stāvokļa gradācijas klašu vidējais augstums.

Literatūrā visbiežāk par mežaudzes virsaugstumu tiek pieņemts vienmērīgi izvietotu 100 resnāko koku uz hektāra vidējais augstums (Palahi *et al.*, 2004; Diegueze-Artanda *et al.*, 2005; Sharma *et al.*, 2011; Matthews *et al.*, 2016 u.c.). Atsevišķos gadījumos par virsaugstumu tiek pieņemts vienmērīgi izvietotu 100 augstāko koku uz hektāra vidējais augstums (Hart, 1928; West, 2009). Jāatzīmē, ka 100 augstāko koku vidējais augstums vienmēr ir lielāks nekā 100 resnāko koku vidējais augstums. Praksē par virsaugstumu biežāk tiek lietots 100 resnāko nevis 100 augstāko koku augstums, jo koku caurmērs ir vieglāk un precīzāk nosakāms nekā koku augstums. Atsevišķos gadījumos literatūrā par virsaugstumu norādīts 100 lielāko koku uz hektāra vidējais augstums (Elfving, Kiviste, 1997), tomēr nav norādīts pēc kāda kritērija (koka caurmērs, augstums, stumbra krāja, koka biomasa utt.) koki tiek vērtēti.

Virsaugstuma raksturošanai var izmantot arī relatīvo koku skaitu, respektīvi, par virsaugstumu var tikt pieņemts noteikta īpatsvara (parasti 10 % vai 20 %) resnāko koku vidējais augstums (van Laar, Akça, 2007). Šādā veidā aprēķinātam virsaugstumam tiek nodrošināta labāka pēctecība, jo mežaudzē 20 % resnākie koki lielākā vecumā ar ļoti lielu varbūtību ir bijuši arī starp 20 % resnākajiem kokiem mazākā vecumā.

Mežzinātnē par mežaudzes maksimālo augstumu pieņemts uzskatīt mežaudzes vidējā augstuma un trīs standartnoviržu summu (Fabrika, Pretzsch, 2011).

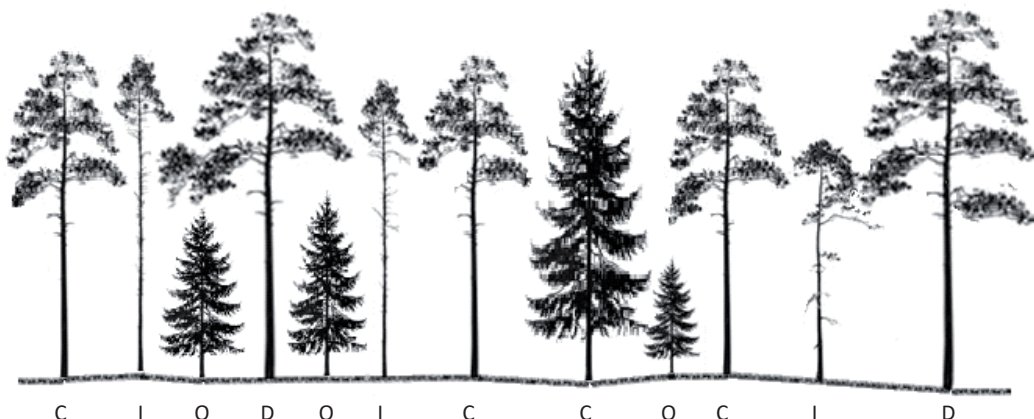
Somijā pašreiz praksē lietotajos augšanas gaitas modeļos par virsausgštumu ir pieņemts to koku vidējais augstums, kas resnāki par vidējo kvadrātisko caurmēru (Hynynen *et al.*, 2002).

Lai virsausgštumu raksturotu kā atsevišķas sociālā stāvokļa gradācijas klases vai atsevišķu sociālā stāvokļa gradācijas klašu vidējo augstumu, ir skaidri jādefinē sociālā stāvokļa klases. Literatūrā koki sociālā stāvokļa raksturošanai tiek klasificēti atbilstoši to relatīvajai pozīcijai mežaudzē un to vainaga morfoloģijai.

Ziemeļamerikā un daļā Eiropas koku sociālā stāvokļa raksturošanai tiek izdalītas četras klases (Fabrika, Āurskŷ, 2005; Pommerening, 2007):

- virsvaldu koki (angliski – *dominant trees*) – koki, kuru galotnes ir virs vainagu pamatklāja un kuru vainags saņem pilnu tiešo apgaismojumu no augšas un daļēji no sāniem, tie parasti ir resnāki nekā vidējais koks audzē ar labi attīstītu un plašu vainagu;
- valdošie koki (angliski – *co-dominant trees*) – koki veido mežaudzes pamata vainagu klāju, to vainags saņem pilnu tiešo apgaismojumu no augšas, bet salīdzinoši nelielu apgaismojumu no sāniem;
- starpauzdes koki (angliski – *intermediate trees*) – īsāki koki nekā virsvaldu un valdošie koki, vainags atrodas zem vai ir iespiests starp virsvaldu un valdošajiem kokiem, vainags tikai daļēji saņem tiešo apgaismojumu no augšas;
- nomāktie koki (angliski – *overtopped or overshadow trees*) – koki, kuru vainags atrodas pilnībā zem mežaudzes pamata vainagu klāja, un to vainagi saņem vienīgi izkliedēto apgaismojumu (1.2. att.).

Lietojot šāda veida koku gradācijas klases, par virsausgštumu parasti tiek pieņemts virsvaldu koku vidējais augstums vai arī virsvaldu un valdošo koku vidējais augstums.

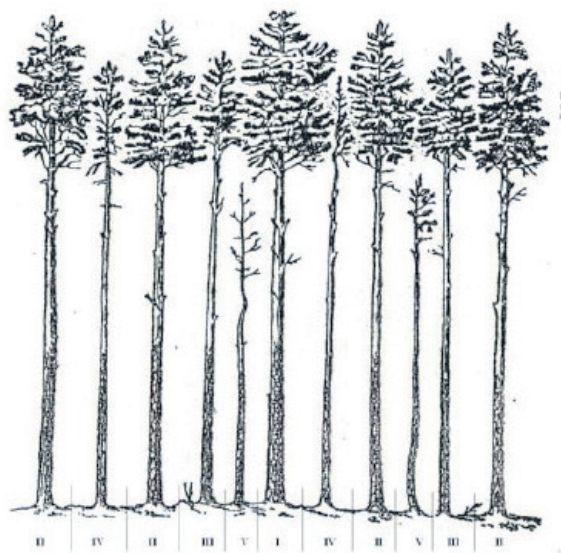


1.2. attēls. Koku sociālā stāvokļa gradācijas klases atkarībā no to vainaga stāvokļa vainagu klājā: D – virsvaldu koki; C – valdošie koki; I – starpauzdes koki; O – nomāktie koki.

Koku sociālā stāvokļa raksturošanai Latvijā un citās Eiropas valstīs, kurās mežzinātne un mežkopība lielā mērā ir balstīta uz vācu mežsaimniecības skolu, ierasts lietot Krafta klases (Skudra, Dreimanis, 1993; Eichhorn *et al.*, 2016):

- I klase – virsvaldu koki, audzes resnākie un augstākie koki, ar ļoti labi attīstītu, plašu un apgaismotu vainagu;
- II klase – valdošie koki, koki, kas veido galveno mežaudzes vainagu klāju un kas dimensijās nedaudz atpaliek no I Krafta klases kokiem;
- III klase – līdzvaldošie koki, koki, kas iespiesti starp I un II Krafta klases kokiem, to vainagi veido mežaudzes pamatu vainagu klāja apakšējo daļu;
- IV klase – nomāktie koki, kas dimensijās ievērojami atpaliek no pirmo trīs Krafta klašu kokiem, to vainagi ir vāji attīstīti un tikai galotnes iesniedzas mežaudzes galvenajā vainagu klājā:
 - IVa apakšklase – IV klases koki, kuriem vainagi ir vienmērīgi un kuriem ir brīva augšanas telpa;
 - IVb apakšklase – IV klases koki, kuriem vainagi ir vienpusēji un/vai kuri atrodas zem mežaudzes galvenā vainagu klāja;
- V klase – stipri nomāktie koki, koki, kas atrodas zem mežaudzes galvenā vainagu klāja un kam ir mazs atmirstošs vainags (Va apakšklase) vai vainags ir atmiris (Vb apakšklase) (1.3. att.).

Lietojot Krafta klases par virsaugstumu parasti tiek pieņemts I un II Krafta klases koku vidējais augstums vai arī I, II un III Krafta klases koku vidējais augstums.



1.3. attēls. Koku iedalījums Krafta klasēs.

Avots: LR MK noteikumi Nr. 219 (2006).

Neatkarīgi no koku sociālā stāvokļa gradācijas klašu veida, to noteikšana ir subjektīva, līdz ar to virsaugstums, kas noteikts, balstoties uz koku sadalījumu sociālā stāvokļa gradācijas klasēs, dažādiem vērtētājiem var atšķirties.

Iepriekš aprakstot literatūrā sastopamās virsaugstuma definīcijas, apzināti ir lietots nekorekts termins „vidējais augstums”, jo literatūrā nav viennozīmīgi definēts virsaugstuma aprēķināšanai izmantojamais vidējais augstums. Virsaugstums visbiežāk tiek aprēķināts kā izvēlētās kokaudzes grupas aritmētiski vidējais augstums, vai vidējā aritmētiskā caurmēra kokam atbilstošais augstums no augstumlīknes, vai arī vidējā kvadrātiskā caurmēra kokam atbilstošais augstums no augstumlīknes.

Tāpat mežsaimniecībā, lietojot terminu „mežaudzes vidējais augstums”, ir precīzi jānorāda tā veids (piemēram, aritmētiski vidējais augstums vai *Loreja* augstums), savukārt lietojot mežaudzes virsaugstumu ikreiz ir jānorāda precīza definīcija.

Diemžēl šobrīd Latvijas likumdošanā nav definēts mežaudzes virsaugstuma jēdziens, kā arī pretēji starptautiski pieņemtajām normām Latvijas likumdošanā nav pietiekami precīzi definēts vidējā augstuma jēdziens, lai gan šobrīd Latvijā mežaudzes raksturošanai un saimnieciskās darbības plānošanā un regulēšanā tiek izmantots vidējais augstums (Meža likums, 2000; LR MK 935, 2012; LR MK 384, 2016; u.c.). Latvijā mežsaimniecībā praksē visbiežāk ar mežaudzes vidējo augstumu saprot I stāva valdošās koku sugas (meža elementa) vidējā kvadrātiskā caurmēra kokam atbilstošo augstumu. Valdaudzes augstums ir vienīgais mežaudzi raksturojošais augstums, kas ir pietiekami skaidri definēts Latvijas likumdošanā, jo Meža likumā ir definēts, kas ir valdaudzei piederošie koki – mežaudzes koki ar lielāko koksnes krāju, kuru augstums no to vidējā augstuma neatšķiras vairāk par 10 procentiem (Meža likums, 2000). Tomēr jāatzīmē, ka mežsaimniecībā praksē nereti par valdaudzi un tam atbilstošo vidējo augstumu par valdaudzes augstumu pieņem pirmo trīs Krafta klašu kokus.

1.1.2. Mežaudzes virsaugstuma un vidējā augstuma sakarība

Literatūrā ir norādīts, ka mežaudzes krājas aprēķināšanai vispiemērotākais ir mežaudzes vidējā kvadrātiskā caurmēra koka augstums, bet mežaudzes augstuma augšanas gaitas modelēšanai un mežaudzes produktivitātes raksturošanai par daudz piemērotāku uzskatāms mežaudzes virsaugstums vai dominējošo koku augstums (van Laar, Akça, 2007; Skovsgaard, Vanclay, 2008). Virsaugstumam, salīdzinot ar mežaudzes vidējo augstumu, lielākā priekšrocība ir tā, ka tas ir mazāk jutīgs pret mehāniskām izmaiņām, kas rodas kopšanas ciršu vai arī dažādu dabas stihiju (piemēram, vējgāzes vai snieglauzes) rezultātā.

Tāpat mežaudzes augšanas gaitas raksturošanai jeb modelēšanai būtu jāizmanto mežaudzes virsaugstums, bet mežaudzes vidējais augstums būtu aprēķināms kā sekundārs parametrs atkarībā no prognozētā virsaugstuma.

Šāda veida algoritms ir iespējams, jo starp mežaudzes vidējo augstumu (neatkarīgi no tā veida) un virsaugstumu pastāv cieša sakarība. Latvijā jau 20. gadsimta 80. gados

izstrādāti matemātiski modeļi, kas aproksimē sakarību starp mežaudzes virsaugstumu un vidējo augstumu (Matuzānis, 1983; Матузанис, 1988):

$$H_g = b_0 + b_1 \cdot H_{dom} + b_2 \cdot H_{dom}^2 + b_3 \cdot H_{100}, \quad (1)$$

$$H_g = b_0 + b_1 \cdot H_{dom} + b_2 \cdot H_{dom}^2, \quad (2)$$

kur H_g – mežaudzes vidējā kvadrātiskā caurmēra kokam atbilstošais augstums, m;
 H_{dom} – mežaudzes virsaugstums (100 uz hektāra resnāko koku vidējais augstums), m;
 H_{100} – mežaudzes virsaugstuma bonitāte, m;
 $b_0; b_1; b_2; b_3$ – koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Jāatzīmē, ka 1. vienādojums ir bioloģiski pamatotāks, jo tiek ņemta vērā vietas auglība un koku sugas atbilstība konkrētajiem apstākļiem, jo augstākas ražības audzēs notiek straujāka koku diferencēšanās. Tomēr gan 1. vienādojumā, gan 2. vienādojumā netiek ņemts vērā mežaudzē augošo koku skaits, respektīvi, vidējais augstums pie viena un tā paša dominējošā augstuma mežaudzē ar 100 vai 1000 kokiem ir vienāds.

Pēdējos gados LVMI Silava izstrādāts vienādojums vidējā augstuma un virsaugstuma sakarības aproksimēšanai, kas ņem vērā arī koku skaitu (Donis u.c., 2015):

$$H_g = b_1 H_{dom}^{b_2} N^{b_3}, \quad (3)$$

kur H_g – mežaudzes vidējā kvadrātiskā caurmēra kokam atbilstošais augstums, m;
 H_{dom} – mežaudzes virsaugstums (100 uz hektāra resnāko koku vidējais augstums), m;
 N – audzes (meža elementa) koku skaits uz hektāra;
 $b_1; b_2; b_3$ – koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Matemātiski pārveidojot 3. vienādojumu, iespējams aprēķināt arī virsaugstumu atkarībā no vidējā augstuma:

$$H_{dom} = \left(\frac{H_g}{b_1 N^{b_3}} \right)^{\frac{1}{b_2}}, \quad (4)$$

kur H_g – mežaudzes vidējā kvadrātiskā caurmēra kokam atbilstošais augstums, m;
 H_{dom} – mežaudzes virsaugstums (100 uz hektāra resnāko koku vidējais augstums), m;
 N – audzes (meža elementa) koku skaits uz hektāra;
 $b_1; b_2; b_3$ – koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Mežaudzes virsaugstuma un vidējā augstuma raksturošanai iespējams izmantot dažādas vispārinātās augstumlīknes, kas, zinot mežaudzes vidējo caurmēru un augstumu, ļauj aprēķināt augstumu jebkura caurmēra kokam. Literatūrā sastopamas dažādas vispārīgās augstumlīknes (Kuliešis, 1993; von Gadow, Hui, 1999; van Laar, Akça, 2007; u.c.).

Pēdējos gados LVMI Silava pētnieki salīdzinājuši dažādas vispārinātās augstumlīknes, un par vispiemērotāko ir atzīta Gafreja (*Gaffrey*) vispārīgā augstumlīkne (Donis u.c., 2012):

$$H_i = 1.3 + (H_g - 1.3)e^{\left[b_1\left(1 - \frac{D_g}{D_i}\right) + b_2\left(\frac{1}{D_g} - \frac{1}{D_i}\right)\right]}, \quad (5)$$

kur H_i – koka augstums, m;
 D_i – koka caurmērs, cm;
 H_g – audzes vidējā kvadrātiskā koka augstums, m;
 D_g – audzes vidējā kvadrātiskā koka caurmērs, cm;
 $b_1; b_2$ – koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Diemžēl LVMI Silava pētnieku aproksimētās vispārinātās augstumlīknes (tajā skaitā arī 5. vienādojums) praktiska pielietošana mežsaimniecībā ir apgrūtināta, jo klasiskajā taksācijā netiek norādīta informācija par virsaugstumam atbilstošo koku (100 resnākie uz hektāra vienmērīgi izvietoti koki) vidējo caurmēru.

1.2. Parastās priedes augstuma augšanas gaitu ietekmējošie faktori

Latvijas likumdošanā mežs ir definēts kā ekosistēma visās tās attīstības stadijās, kur galvenais organiskās masas ražotājs ir koki, kuru augstums konkrētajā vietā var sasniegt vismaz piecus metrus un kuru pašreizējā vai potenciālā vainaga projekcija ir vismaz 20 procentu no mežaudzes aizņemtās platības (Meža likums, 2000). Līdzīgi mežs ir definēts arī starptautiski: mežs ir zemes platība virs 0.5 ha ar augošiem kokiem, kuru augstums ir vai var sasniegt vismaz 5 m un kuru vainagu projektīvais segums ir vai var sasniegt 10 % (FRA, 2015). No šīm abām definīcijām šī darba kontekstā jāizceļ frāze „koki var sasniegt vismaz 5 m augstumu”, kas nozīmē, ka tautsaimniecībā, lai nošķirtu meža zemi no nemeža zemes, ir nepieciešami modeļi, kas spēj adekvāti un precīzi prognozēt augstuma izmaiņas. Tāpat spēja prognozēt adekvātas un precīzas augstuma izmaiņas ir nepieciešama, lai prognozētu koksnes resursu izmaiņas vai lai izvērtētu dažādus riska faktorus (piemēram, vējgāžu vai snieglieču riska faktorus).

Koku augstuma izmaiņu raksturošanai mežsaimniecībā izmanto pieauguma jēdzienu. Par pieaugumu meža nozarē ir pieņemts uzskatīt atsevišķa koka vai mežaudzes dimensiju jeb taksācijas vienību izmaiņas laikā (Matuzānis, Tauriņš, 1971; Liepa, 1996; Weiskittel *et al.*, 2011).

Atsevišķu meža elementu un mežaudzes augstuma pieaugums ir atkarīgs gan no atsevišķu koku augstuma pieauguma, gan no mežaudzes dabiskā (koku atmiršana konkurences, vecuma vai dabas stihiju dēļ) vai antropogēnā (koku ciršana) atmiruma.

Katrai koku sugai ir augšanas apstākļu optimuma zona, kurā norisinās visaktīvākā augšana un līdz ar to tiek producēts vislielākais pieaugums. Kāda faktora pārlieku liela ietekme vai, gluži pretēji – iztrūkums, samazina vai pārtrauc koku augšanu pavisam (Liepa u.c., 1991).

Literatūrā ir aprakstīti virkne faktoru, kas determinē mežaudzes un atsevišķu koku augšanas gaitu, svarīgākie no tiem ir:

- koku sugas bioloģiskās īpašības;
- mežaudzes vai atsevišķu koku izcelsme;
- mežaudzes un atsevišķu koku fizioloģiskais stāvoklis;
- atsevišķu koku, mežaudzes vai tās daļu (mistrotās audzēs) vecums;
- augšanas vieta;
- mežsaimnieciskā darbība (augšnes sagatavošana, dažādas kopšanas cirtes, augošu koku atzarošana, meža mēslošana, hidrotehniskā meliorācija u.c.).

Nav lietderīgi iekļaut augšanas gaitas modelēšanā visus ietekmējošos faktorus, tādā veidā padarot vienādojumu komplicētu un praktiskajā mežsaimniecībā nelietojamu. Augšanas gaitas modelēšanā iekļaujami tikai tie faktori, kam ir būtiska un nepārprotama ietekme uz pieauguma gaitu, kā arī tie faktori, kas ir viennozīmīgi uzmērāmi vai nosakāmi ar salīdzinoši augstu precizitāti.

1.2.1. Koku sugas bioloģiskās īpašības

Latvijā priedei maksimālais vecums var sasniegt 300–500 gadus, līdz ar to šo sugu Latvijā ir pieņemts uzskatīt par samērā lēnaudzīgu koku sugu, kas spēj veidot augstuma pieaugumu arī salīdzinoši lielā vecumā. Pie tam sliktākos augšanas apstākļos un tuvāk Zemes poliem koku maksimālais vecums ir lielāks (Hynynen *et al.*, 2002), kas nozīmē, ka koki ilgstošāk veido augstuma pieaugumus.

Priedei Vīznera gaismas prasības indekss ir 10.0, salīdzinājumam eglei tas ir 3.1, bet bērzam – 12,5 (Liepa u.c., 1991). Tas nozīmē, ka priede ir izteikti gaismas prasīga suga, kas necieš noņojumu (Skudra, Dreimanis, 1993), līdz ar to tā jaunībā konkurences apstākļos veido samērā straujus augstuma pieaugumus.

Koku sugu bioloģiskās īpašības nosaka arī to, vai un cik ļoti lielā mērā tā spēj izmantot vietas potenciālo auglību, respektīvi, vieta var būt piemērota augstražīgas priedes audzēšanai, bet pilnīgi nepiemērota melnalkšņa audzēšanai.

1.2.2. Izcelsme

Visbiežāk augšanas gaitas modelēšanā ar mežaudzes izcelsmi saprot dabiskās un antropogēnās izcelsmes (sētas vai stādītas) audzes vai kokus. Antropogēnās izcelsmes priēžu audzēs kokiem raksturīgi sākotnēji lielāki augstuma pieaugumi nekā dabiskās izcelsmes audzēm, kas izskaidrojami ne tikai ar potenciāli augstražīgāku ģenētisko materiālu, bet arī ar augšnes gatavošanas rezultātā uzlabotajiem augšanas apstākļiem (Liepa, 1996).

Antropogēni atjaunotās mežaudzēs liela nozīme uz augstuma pieaugumiem ir sēklu izcelsmei, jo dažādam ģenētiskajam materiālam ir dažādi potenciālie augstuma maksimumi,

kā arī dažāda spēja šo potenciālu realizēt konkrētajos augšanas apstākļos. Atsevišķu sēklu izcelsme parasti netiek ņemta vērā, jo tas padarītu augšanas gaitas modeļos ļoti komplikētus un praktiskai lietošanai neizmantojamus.

1.2.3. Fizioloģiskais stāvoklis

Īpaša nozīme ir sanitārajam stāvoklim audzē, jo veselīgām audzēm vai atsevišķiem īpatņiem ir lielāki augstuma pieaugumi, nekā slimību un/vai kaitēkļu ietekmētās audzēs.

Lai koks veidotu konkrētajā vietā maksimālos augstuma pieaugumus, tam nedrīkstētu būt pārlietu liels vai mazs zaļā vainaga īpatsvars (vainaga garuma attiecība pret stumbra garumu). Pārlietu liela vainaga īpatsvara gadījumā koks patērē ļoti daudz enerģijas tā uzturēšanai, bet pārlietu maza vainaga īpatsvara gadījumā koks nespēj saražot pietiekami daudz enerģijas, kas var arī novest pie koka bojāejas.

1.2.4. Koku, meža elementu vai mežaudzes vecums

Šis varētu būt pat pats nozīmīgākais koku augstuma augšanas gaitas noteicošais faktors, par šāda apgalvojuma patiesīgumu liecina virkne literatūrā atrodamo augstuma augšanas gaitas modeļu, kuros vecums ir vienīgais augstuma izmaiņu noteicošais faktors (Kuliešis, 1993; Palahi *et al.*, 2004; Cieszewski *et al.*, 2007; Donis u.c., 2015 u.c.). Par vecuma būtisko ietekmi uz augstuma augšanas gaitu liecina arī virkne izstrādāto bonitēšanas skalu un tabulu, kas balstītas uz audzes spēju sasniegt konkrētu augstumu noteiktā vecumā. Piemēram, Latvijā vēl joprojām tiek izmantotas profesora M. Orlova 1911. gadā izveidotās un 1931. gadā precizētās bonitāšu skalas dižmežam un atvasājiem (Sarma, 1948; Матузанис, 1988).

Atsevišķiem kokiem neatkarīgi no citiem faktoriem (piemēram, klimats, augšanas apstākļi, mežsaimnieciskā darbība u.c.) ir raksturīga augstuma augšanas līkne, kas ir atkarīga no vecuma (1.7. att.).

1.2.5. Augšanas vieta

Mežsaimnieciskajos pētījumos ar jēdzienu „vieta” saprot visu abiotisko faktoru kopumu, kas sevī ietver gan klimatiskos faktoros (gaisma, aktīvās veģetācijas temperatūra, ūdens u.c.), gan edafiskos faktoros (augšnes trūdvielu saturs, augšnes fizikālās un ķīmiskās īpašības u.c.), gan orogrāfiskos faktoros (nogāzes slīpums, nogāzes ekspozīcija, augstums virs jūras līmeņa u.c.), gan visu šo faktoru savstarpējo mijiedarbību (Donis u.c., 2014).

Visnozīmīgākā ietekme uz koku augstuma pieaugumu ir edafiskajiem faktoriem. Latvijā visbiežāk vietas raksturošanai izmanto meža tipoloģijā izdalītos meža tipus, kas ļoti veiksmīgi raksturo arī edafisko faktoru kopu, jo meža tips raksturo augšnes auglību, augšnes

mitrumu, detrīta slāņa biezumu un sadalīšanās ātrumu, humusa daudzumu u.tml. (Zālītis, Jansons, 2013; Meža tipoloģija, 2014). Meža tipoloģija daļēji spēj sniegt informāciju par potenciālo audzes struktūru (mistrojums, stāvojum), kas literatūrā tiek norādīts kā viens no augšanas gaitas ietekmējošiem faktoriem (Clutter *et al.*, 1983; Shugart, 1984).

Vietas raksturošanai ar meža tipu ir par maz, jo viena un tā paša meža tipa ietvaros katra koku suga spēj dažādi izmantot vietas (meža tipa) potenciālo auglību, tādēļ vietas raksturošanai nereti tiek izmantota bonitāte (iedalījuma vienība mežaudzes ražīguma raksturošanai, ko nosaka pēc koku augstuma noteiktā vecumā). Latvijā ir izveidota saimnieciski nozīmīgāko koku sugu bonitāšu tabula atkarībā no meža tipa, kas ļoti uzskatāmi atspoguļo koku sugu piemērotību dažādiem augšanas apstākļiem (1.1. tab.). Jāatzīmē, ka šajā tabulā ir novērojamas bioloģiski nepamatotas nepilnības, tā piemēram, nav izprotams, kādēļ priedei auglīgajos meža tipos (vērī, gāršā, slapjajā vērī, slapjajā gāršā, platlapju ārenī un platlapju kūdrenī) ir norādīta V bonitāte, kas šīs sugas audžu attīstības gaitu pielīdzina purvājā augošajām audzēm. Šeit būtu jāatzīmē, ka šajos bagātajos augšanas apstākļos visticamāk priedes nevis nespēj izmantot augsnes auglību, bet gan vienkārši šajos tipos praktiski nav sastopamas priežu audzes, jo šie meža tipi ir piemēroti virknei ātraudzīgāku lapu koku sugu, kas neļauj „ienākt” priedei.

Dažādas bonitātes audzēs ir raksturīga arī dažāda augstuma augšanas un augstuma pieauguma līkne. Augstākas bonitātes audzēs tekošais augstuma pieaugums kulminē agrāk, kā arī augstuma līknei ir raksturīgāks lielāks izliekums nekā zemākās bonitātes audzēs. Zemākās bonitātes audzēs nereti augstuma augšanas gaitas līkne līdzinās taisnei, jo šajās audzēs nav izteikta augstuma pieauguma kulminācija (1.4. att.).

1.1. tabula. Mežaudzes bonitāte* atkarībā no valdošās koku sugas un meža tipa**

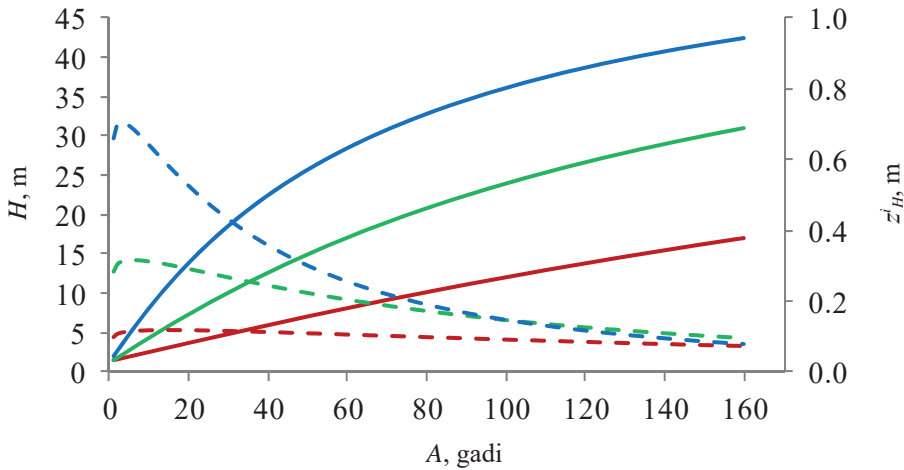
Meža tips	Parastā priede, lapegle un citas priedes	Parastā egle un citas egles	Bērzs un liepa	Melnalksnis	Apse un papele	Baltalksnis, vītols, pīlādzis un blīgzna	Ozols	Osis, goba, vīksna, dižskābardis, skābardis, kļava
Sils	IV	V	IV	V	V	V	V	V
Mētrājs	III	IV	III	V	V	V	V	V
Lāns	II	III	II	V	V	V	V	V
Damaksnis	I	II	II	II	II	II	III	II
Vēris	V	I	I	II	I	I	II	II
Gārša	V	I	I	II	I	I	II	I
Grīnis	V	V	V	V	V	V	V	V
Slapjais mētrājs	IV	V	III	V	V	V	V	V
Slapjais damaksnis	III	IV	II	II	II	II	III	II
Slapjais vēris	V	III	I	II	I	I	II	II
Slapjā gārša	V	II	II	I	II	II	II	I
Purvājs	V	V	V	V	V	V	V	V
Niedrājs	IV	IV	IV	III	V	V	V	V
Dumbrājs	III	III	III	II	II	II	V	II
Liekņa	V	II	II	I	I	I	V	I
Viršu ārenis	IV	V	IV	V	V	V	V	V
Mētru ārenis	III	III	III	V	V	V	V	V
Šaurlapju ārenis	II	II	II	II	II	II	III	II
Platlapju ārenis	V	I	I	I	I	I	II	I
Viršu kūdrenis	III	III	III	V	V	V	V	V
Mētru kūdrenis	II	III	II	V	V	V	V	V
Šaurlapju kūdrenis	I	II	I	II	I	I	III	II
Platlapju kūdrenis	V	I	I	I	I	I	II	I

Piezīmes:

* I bonitātē ietver arī I^a un augstākas bonitātes, V bonitātē ietver arī V^a un zemākas bonitātes.

** Mežaudzes bonitāti atkarībā no valdošās koku sugas un meža tipa nosaka mežaudzēm, kuru valdošās koku sugas vecums nav sasniedzis 21 gadu (mežaudzēs, kuru valdošā koku suga ir priede, egle vai citi skuju koki, ozols, osis, vīksna, goba, kļava, dižskābardis, skābardis) vai 11 gadu (mežaudzēs, kuru valdošā koku suga ir bērzs, liepa, apse, melnalksnis, vītols, papele, blīgzna), vai sešus gadus (mežaudzēs, kuru valdošā koku suga ir baltalksnis, pīlādzis), kā arī izcirtumos (valdošo koku sugu nosakot atbilstoši informācijai par iepriekšējo mežaudzi).

Avots: LR MK noteikumi Nr.384 (2016).



1.4. attēls. Augstuma un tekošā ikgadējā augstuma pieauguma līknes dažādu bonitāšu audzēs:
 — $H_{100}=12$ m; — $H_{100}=24$ m; — $H_{100}=36$ m; nepārtrauktā līnija – augstuma (H) augšanas gaita;
 pārtrauktā līnija – tekošais ikgadējais augstuma pieaugums (z^H); A – mežaudzes vecums.

Latvijā izmantotā meža tipoloģija var tikt pielietota tiešā veidā augstuma augšanas modelēšanā, tomēr 23 meža tipu iekļaušana augšanas gaitas modeļos padarītu tos ļoti komplikētus un praktiskai lietošanai neizmantojamus, tādēļ būtu nepieciešams meža tipus grupēt atkarībā no konkrētās koku sugas augšanas gaitas formas. Mežsaimniecībā augšanas gaitas modelēšanā edafisko apstākļu raksturošanai bieži vien aprobežojas ar 0 horizonta raksturošanu (Kangur, 2007) vai tiek izdalītas atsevišķas augsnes auglības un granulometriskā sastāva grupas (Hynynen *et al.*, 2002).

Augšanas gaitas modelēšanā vietas raksturošanai jāņem vērā arī klimatiskie faktori. Kā viens no visplašāk izmantotajiem klimatiskajiem faktoriem koku augšanas gaitas raksturošanai ir gada aktīvās veģetācijas ($t^{\circ}>5^{\circ}\text{C}$) periods. Jo garāks ir šis periods, jo garāks ir laiks, kurā koks var producēt pieaugumu. Somijā un Zviedrijā augšanas gaitas modelēšanā veģetācijas perioda raksturošanai tiek izmantots gada aktīvās veģetācijas temperatūru ($t^{\circ}>5^{\circ}\text{C}$) summa (Hynynen *et al.*, 2002; Elfving, 2010). Tomēr jāatzīmē, ka koku attīstību ietekmē arī koku miera periodā vēso temperatūru summa, kas ir vitāli nepieciešama pilnvērtīgai augu funkcionēšanai (Jansons, 2015).

Vēl nozīmīgi ietekmējošais koku augšanas gaitas faktors ir gaisma jeb radiācija, jo tikai tur, kur ir gaisma, ir iespējama fotosintēze (Liepa u.c., 1991). Optimālā gaismas režīmā koki spēj producēt lielākus augstuma pieaugumus. Gaismas prasības atšķiras ne tikai starp sugām, bet arī sugas robežās atkarībā no vecuma. Gaismas režīma raksturošanai augšanas gaitas modelēšanā izmanto audzes biežības raksturojošus rādītājus (Hynynen *et al.*, 2002; Elfving, 2010). Pārbiezinātās audzēs koki cieš no gaismas trūkuma, kas noved pie koku izstīdžēšanas, bet retainēs kokiem nav gaismas konkurences, kas noved pie pārlieku maziem augstuma pieaugumiem (Liepa u.c., 1991). Nepietiekamas gaismas

apstākļos priedes Latvijā nereti cieš no skuju slimībām, līdz ar to tās nīkuļo vai pat iet bojā (Baumanis u.c., 2014). Protams, biežības faktors norāda uz koku savstarpējo konkurenci ne tikai pēc gaismas, bet arī pēc augsnē pieejamajām minerālajām barības vielām.

Koku augšanas gaitas ietekmējošs faktors ir arī ūdens (augšnes mitrums un nokrišņu daudzums). Latvijā priedei ir optimāls vidējais nokrišņu daudzums, tādēļ šis rādītājs nav augšanas gaitas nozīmīgi ietekmējošs faktors un to modeļos neiekļauj. Jāatzīmē, ka nokrišņu un augšnes mitruma maznozīmīgums ir attiecināms uz valsti kopumā, bet atsevišķās mežaudzēs sausās augsnēs (piemēram, silā vai viršu ārenī) vai pārmitrās augsnēs (piemēram, purvājā vai niedrājā, ūdenim augsnē samazinot saknēm pieejamā skābekļa daudzumu), šie faktori ir augstuma augšanas gaitas limitējoši faktori.

Mūsu platuma grādos par parastās priedes augšanas gaitu limitējošiem klimatiskajiem faktoriem ir uzskatāmi temperatūra un gaisma (Liepa u.c., 1991; Liepa, 1996).

Lielu ūdenstilpņu klātbūtne (jūra, lieli ezeri) arī ietekmē koku augšanas gaitu, jo ūdenstilpņu tuvumā mainās mikroklimats. Ļoti nozīmīgs raksturlielums ir mežaudzes attālums no jūras, jo pie jūras esošajās teritorijās dominē piejūras klimats, bet tālāk – kontinentālais klimats (Elfving, 2010).

Atsevišķu koku un mežaudžu augšanas gaitu ietekmē arī tā saucamie pārdalošie faktori (Zālītis, 2006), piemēram, virkne orogrāfiskie faktori kā ģeogrāfiskais novietojums, reljefs, ekspozīcija, nogāzes slīpums u.c. Parasti koku augšanas gaitas modelēšanā no orogrāfiskajiem faktoriem iekļauj rādītājus par makroreljefu, un visbiežāk to raksturojot ar augstumu virs jūras līmeņa (Hynynen *et al.*, 2002; Elfving, 2010). Augstuma augšanas gaitu ietekmē arī mezoreljefs un mikroreljefs, tomēr modeļu vienkāršības labad šos rādītājus neiekļauj. Līdzīgi augšanas gaitas modelēšanā tiek ignorēti tādi faktori kā nogāzes ekspozīcija un slīpums.

1.2.6. Mežsaimnieciskā darbība

Lielu daļu abiotisko faktoru ietekmi uz koku augšanas gaitu var ietekmēt un regulēt ar mežsaimniecisko darbību. Visbiežāk mežsaimniecībā sastopamās saimnieciskās darbības ir:

- augsnes sagatavošana;
- meža atjaunošana;
- agrotehniskā kopšana;
- sastāva un krājas kopšanas cirtes;
- augošu koku atzarošana;
- galvenā cirte (kailcirte, pakāpeniskā un izlases cirte);
- rekonstruktīvā cirte;
- mežu mēslošana;
- mežu hidrotehniskā meliorācija;
- meža grāvju aizbēršana;
- ceļu būve.

Visi augstāk minētie faktori ietekmē koku un mežaudzes augšanas gaitu, tomēr atsevišķas saimnieciskās darbības netiek ņemtas vērā augšanas gaitas modelēšanā, piemēram, meža grāvju aizbēršana un ceļu būve.

Dažāda veida kopšanas cirtēm ir pozitīva ietekme uz augšanas gaitas izmaiņām, jo kopšanas cirtēs palikušajiem kokiem tiek uzlaboti gaismas apstākļi, samazināta konkurence pēc barības vielām. Kopšanas ciršu (izņemot agrotehnisko kopšanu) negatīvais aspekts uz augšanas gaitu ir sākotnēji (pirmajos divos gados pēc cirtes veikšanas) paaugstinātais vējgāžu, vējlaužu risks (Donis *et al.*, 2007). Augšanas gaitas modelēšanā kopšanas ciršu radītais efekts tiek grupēts atkarībā no pēccirtes perioda ilguma, piemēram, līdz pieciem gadiem, sešiem līdz desmit gadiem u.c. (Hynynen *et al.*, 2002; Elfving, 2010).

Augošu koku atzarošanai ir pozitīva ietekme uz koksnes kvalitātes paaugstināšanu, bet uz augšanas gaitas izmaiņām ietekme nav viennozīmīga. Egļu audzēs konstatēts negatīvs papildus krājas pieaugums atzarotajiem kokiem (Jansons, 2013), kas saistīts ar to, ka pirmajos gados pēc atzarošanas veikšanas kokiem vai nu nemaz, vai tikai daļēji veidojas augstuma pieaugums (Bādērs *et al.*, 2013). Priežu audzēs pēdējā laikā Latvijā nav veikti šāda veida pētījumi, bet nav pamats uzskatīt, ka priežu augšanas gaitu atzarošana ietekmēs savādāk nekā egli.

Pakāpeniskajām un izlases cirtēm ir līdzīga ietekme uz koku augšanas gaitas izmaiņām kā kopšanas cirtēm, vienīgi izmaiņu amplitūda ir neliela, jo veci koki reaģē daudz neizteiktāk uz jebkādam (gan pozitīvām, gan negatīvām) vides faktoru izmaiņām.

Kailcirtēm un rekonstruktīvajām cirtēm ir netieša ietekme uz blakus esošo audžu augšanas gaitu, tām blakus esošajiem kokiem un audzēm uzlabojas gaismas režīms, tomēr var palielināties vēja negatīvā ietekme.

Literatūrā ir norādīts, ka mežu mēslošana veicina koku gan koku radiālo, gan augstuma pieaugumu (Bušs u.c., 1974; Lazdiņš u.c., 2014). 20. gadsimta 80. gados Zinātnes un ražošanas apvienības „Silava” zinātnieki ir ierīkojuši vairākus meža mēslošanas eksperimentus, kuros arī pierādījās, ka pareiza mēslošana (konkrētai koku sugai konkrētos augsnes apstākļos trūkstošo elementu papildināšana) dod pozitīvu ietekmi uz mežaudzes pieaugumu (Bušs u.c., 1974; Kāposts, 1981). Tomēr šobrīd Latvijā nenotiek organizēta un plānota mežaudžu mēslošana, tādēļ šo faktoru nav vērts iekļaut augšanas gaitas modelēšanā.

Mežu hidrotehniskā meliorācija jeb mežu nosusināšanai ir pozitīva ietekme uz mežaudzes un atsevišķu koku augšanas gaitu. Atsevišķi pētījumi liecina, ka skuju koku audžu ražība pēc meža hidrotehniskās meliorācijas veikšanas ir palielinājusies 4–10 reizes (Zālītis u.c., 2013). Meža nosusināšanas rezultātā augsnē aktivizējas ūdens plūsma, kas nodrošina strauju augsnes aerācijas uzlabošanu, optimālus apstākļus koku sakņu sistēmas attīstībai, optimālus kūdras sadalīšanās procesus un uzkrāto barības vielu pieejamību. Pēc mežu nosusināšanas strauji palielinās augšanas procesu temps, kas arī rada papildus pieaugumu (Zālītis, 2006). Arī Skandināvijas valstīs augšanas gaitas modelēšanā ņem vērā mežu nosusināšanas pozitīvo ietekmi uz koku pieaugumi, pie tam tiek izdalīta īslaicīgā un ilglaicīgā mežu nosusināšanas ietekme (Elfving, 2010). Šobrīd Latvijā atsevišķās vietās notiek grāvju aizbēršana, kas, visticamāk, atstās negatīvu ietekmi uz mežaudzes pieaugumu, un, iespējams, arī var radīt mežaudzes strukturālas pārmaiņas (iespējams, pat

audzes sabrukšanu). Grāvju aizbēršana notiek atsevišķās eksperimentālās vietās un tā nav uzskatāma par plaši pielietojamu mežsaimniecisko darbību, līdz ar to nav arī nozīmes to iekļaut augšanas gaitas modelēšanā.

1.3. Augšanas gaitas modeļu klasifikācija un vispārīgie principi

Par augšanas gaitas modeli var uzskatīt jebkuru vienādojumu, diagrammu vai tabulu, kas raksturo kāda taksācijas rādītāja pieaugumu noteiktā laika periodā. Par pieaugumu meža nozarē ir pieņemts uzskatīt atsevišķa koka vai mežaudzes dimensiju jeb taksācijas vienību izmaiņas laikā (Liepa, 1996; Weiskittel *et al.*, 2011).

Praktiskajā mežsaimniecībā mūsdienu augšanas gaitas modeļiem izvirzīti vairāki uzdevumi (von Teuffel *et al.*, 2006):

- īstermiņa un vidēja termiņa funkcija – augšanas gaitas modeļi palīdz izvērtēt pašreizējo audžu dažādas apsaimniekošanas alternatīvas, lai veicinātu ilgtspējīgu mežu apsaimniekošanu;
- ilgtermiņa funkcija – ļauj izvērtēt dažādu mežsaimnieciskās darbības alternatīvas un to radītās ekonomiskās un ekoloģiskās sekas;
- izglītojošā funkcija – augšanas gaitas modeļi ļauj meža īpašniekiem un apsaimniekotājiem parādīt dažādas apsaimniekošanas alternatīvas un to radītās sekas uz mežaudzes attīstības gaitu.

Augšanas gaitas modeļiem jāatbilst dažādiem kritērijiem, profesors I. Liepa apkopojis nozīmīgākos augšanas gaitas modeļu kritērijus (Liepa, 1996), proti, augšanas gaitas modeļim:

- jānodrošina vēlāmā precizitāte (tā ir atkarīga no taksācijas vienības, prognozes perioda garuma u.c.);
- jāraksturo koku sugas bioloģiskās īpašības;
- jānodrošina objektivitāte;
- jāatspoguļo pieauguma struktūra un dinamika;
- jāatspoguļo dažādu taksācijas rādītāju savstarpēja atkarība;
- jānodrošina adekvātums un dažādu autoru datu salīdzināmība;
- jābūt ērtam un pēc iespējas vienkārši un ātri lietojamam.

Atkarībā no augšanas gaitas modeļu veida un pielietojuma mērķa var tikt izvirzīti arī papildus kritēriji. Tāpat jānorāda, ka virkne kritēriju ir savstarpēji saistīti, tā piemēram, bieži vien, lai sasniegtu vēlamo modeļu precizitāti, ir nepieciešams izveidot un lietot komplicētus modeļus.

Mežaudzes modeļus iespējams klasificēt atkarībā no taksācijas vienības, piemēram, augstuma augšanas gaitas modeļi var tikt izstrādāti audzes vidējā augstuma vai virsaugstuma pieauguma raksturošanai. Šāda veida dalījums ir ļoti primitīvs, literatūrā augšanas gaitas modeļus klasificē pēc taksācijas vienības detalizācijas pakāpes, pēc telpiskajām prasībām, pēc to uzdevuma, pēc formas utt.

Literatūrā augšanas gaitas modeļi pamatā iedalīti divās lielās grupās (Vanclay, 1994; Liepa, 1996; von Gadow, Hui, 1999; Porte, Bartelink, 2002; Monserud, 2003; Hasenauer, 2006; Pretzsch, 2009; Fabrika, Pretzsch, 2011 u.c.): atsevišķu koku un koku kopas (atsevišķu meža elementu, mežaudzes stāva vai mežaudzes) augšanas gaitas modeļi.

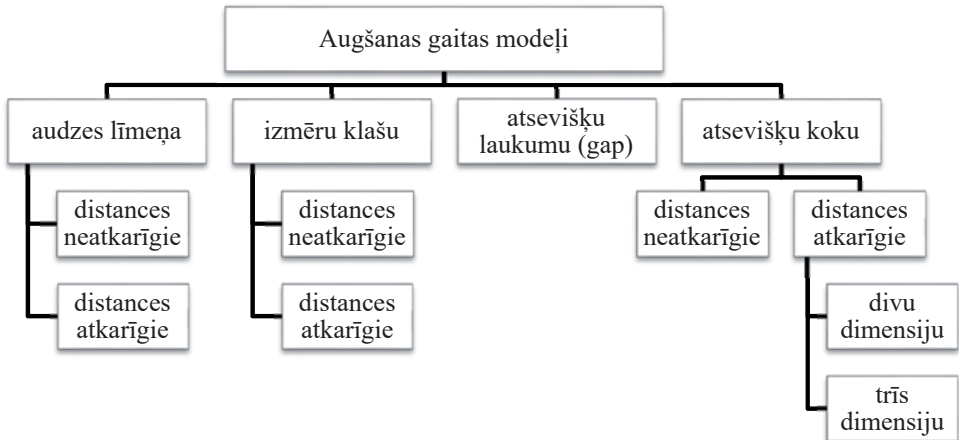
Atsevišķu koku pieaugumu modeļu uzdevums ir raksturot atsevišķa koka taksācijas rādītāju izmaiņas laikā, kamēr koku kopas augšanas modeļiem ir jāraksturo kompleks process, kas sastāv no atsevišķu koku pieauguma, atmiruma un ieaugšanās.

Daži autori bez šīm divām grupām atsevišķi izdala arī izmēra klašu modeļus (von Gadow, Hui, 1999; Weiskittel *et al.*, 2011) un audzes atsevišķu laukumu jeb tā saucamos gap modeļus (Bugmann, 2001; Porte, Bartelink, 2002). Izmēra klašu modeļos mežaudze tiek sadalīta vairākos dažāda izmēra biogrupu laukumos, augšanas gaita tiek modelēta katram laukumam atsevišķi.

Pēc telpiskajām prasībām var izdalīt distances neatkarīgos modeļus un distances atkarīgos modeļus. Liela daļa autoru, piemēram, Munro (*Munro*) un Šugarts (*Shugart*), norāda atkarībā no telpiskajām prasībām var iedalīt tikai atsevišķu koku augšanas modeļus, bet audzes modeļi ir distances neatkarīgi (no Porte, Bartelink, 2002).

Distances atkarīgos atsevišķu koku modeļus var iedalīt divu dimensiju vai trīs dimensiju modeļos (von Gadow, Hui, 1999).

Kompilējot literatūrā aprakstīto modeļu klasifikāciju augšanas gaitas modeļus pēc detalizācijas pakāpes var iedalīt: audzes līmeņa, caurmēra klašu, izmēra klašu un atsevišķu koku augšanas gaitas modeļos, kurus var iedalīt sīkāk arī pēc to telpiskajām prasībām (1.5. att.).



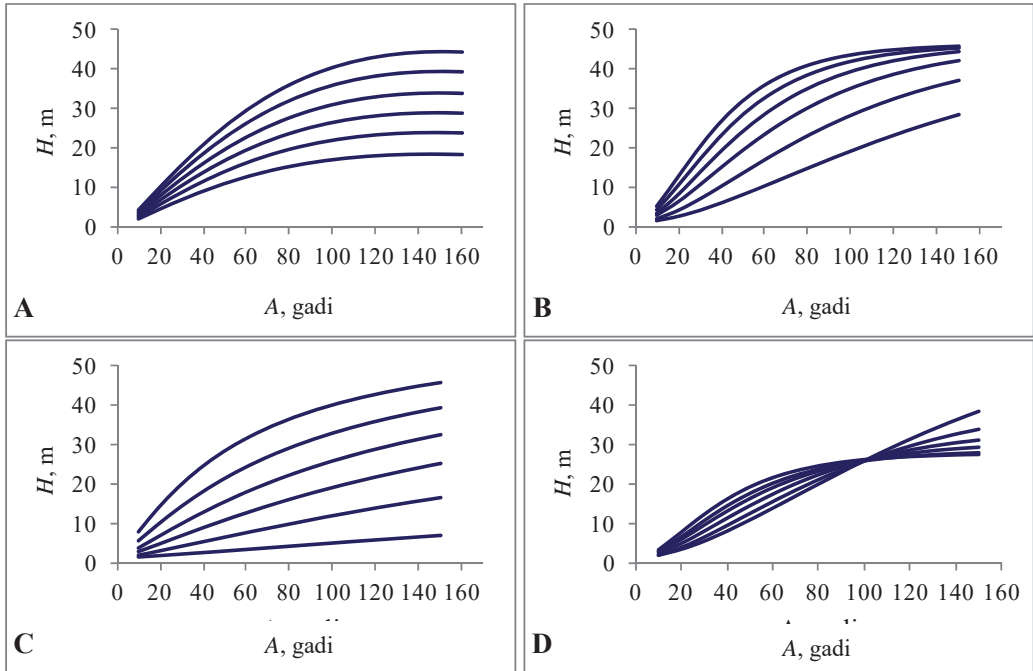
1.5. attēls. Augšanas gaitas modeļu klasifikācija atkarībā no to detalizācijas pakāpes un telpiskajām prasībām.

Literatūrā atsevišķi tiek izdalīti augšanas gaitas modeļi fīraudzēm un mistrotām audzēm, kā arī atsevišķi tiek izdalīti augšanas gaitas modeļi vienvecuma un dažāda vecuma audzēm (Clutter *et al.*, 1983; Porte, Bartelink, 2002).

Atsevišķi autori iesaka augšanas gaitas modeļus klasificēt pēc to uzdevuma, iedalot tos prognožu modeļos un izpratnes jeb procesu modeļos (Bunnell, 1989; Vanclay, 1994). Prognožu modeļi ir paredzēti praktiskai lietošanai mežsaimniecībā, un to galvenais uzdevums ir nodrošināt vēlamo precizitāti ar pēc iespējas vienkāršākiem un lietošanai ērtākiem modeļiem. Parasti šajos modeļos kā faktoriālos mainīgos iekļauj tikai nozīmīgākos konkrētā pieauguma ietekmējošos faktoros (gandrīz vienmēr viens mainīgais ir vecums). Izpratnes modeļi ir paredzēti zinātnei, un to galvenais uzdevums ir palīdzēt izprast un izskaidrot pieauguma dinamiku un mainīgumu, nereti šie modeļi ir ļoti komplicēti un nav piemērojami praktiskajai lietošanai mežsaimniecībā. Atsevišķi tiek izdalīti hibrīdie modeļi apvieno gan prognožu modeļu, gan izpratnes modeļu uzdevumus (Weiskittel *et al.*, 2011).

Tāpat modeļus var iedalīt deterministiskos un stohastiskos modeļos (Porte, Bartelink, 2002; Vanclay, 2004; Weiskittel *et al.*, 2011). Deterministiskie modeļi paredzēti praktiskai augšanas gaitas prognozēšanai, un katru reizi pie vieniem un tiem pašiem ievades datiem tie prognozē vienu un to pašu pieaugumu, līdz ar to šāda veida vienādojumu nespēj raksturot pieaugumu stohastisko dabu. Dabiskās variācijas raksturošanai atbilstošāki ir stohastiskie modeļi, kas ar noteiktu variāciju pie vienādiem izejas datiem prognozē dažādu pieaugumu.

Augšanas gaitas modeļus atkarībā no to formas var iedalīt anamorfiskos un polimorfiskos modeļos (Clutter *et al.*, 1983; von Gadow, Hui, 1999), turklāt polimorfiskās līknes tiek iedalītas dalītās un vienotās līknēs, kas savukārt vēl sīkāk tiek iedalītas līknēs ar vienu vai vairākām asimptotām (1.6. att.). Anamorfiskās augšanas gaitas līknēm visos vecumos saglabājās vienādas proporcionālas starpības, bet polimorfiskajos modeļos starpības starp augšanas gaitas līknēm dažādos vecumos ir dažādas proporcionālas starpības. Literatūrā kā piemērotākās augstuma augšanas gaitas raksturošanai tiek norādītas polimorfiskās līknes ar dažādām asimptotām (Ciezewski, 2002).

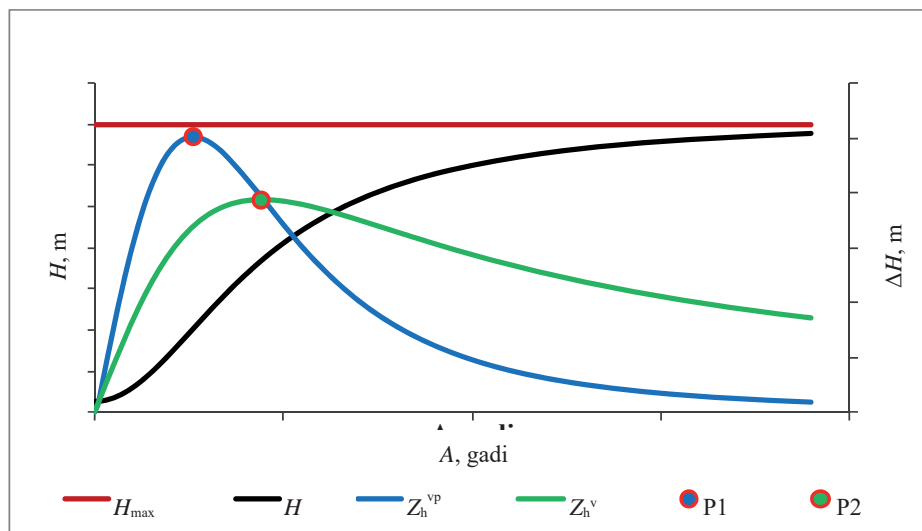


1.6. attēls. Dažādu formu augšanas gaitas līknes:

- a) anamorfiskas līknes, b) vienotās polimorfiskas līknes ar vienu asimptotu,
 c) vienotās polimorfiskas līknes ar dažādām asimptotām,
 d) dalītas polimorfiskas līknes ar dažādām asimptotām;
 H – augstums, A – vecums.

Daudzi autori ir definējuši augšanas gaitas modeļu kritērijus (Clutter *et al.*, 1983; Liepa, 1996; Elfving, Kiviste, 1997; Burkhart, Tomé, 2012; Кивисте, 1988):

- augstuma augšanas līknei un tekošā pieauguma līknei ir nulles punkts;
- augstuma augšanas līkne ir nesamazinoša (pieaugot vecumam, pieaug arī augstums);
- augstuma augšanas līknei jātuvojas asimptotai, kas ir paralēla vecuma asij (katrai koku sugai konkrētos augšanas apstākļos ir teorētiski iespējamais maksimālais augstums);
- augšanas funkcijai ir jābūt diviem infleksijas punktiem (tekošā pieauguma maksimums un vidējā pieauguma maksimums);
- augstuma tekošajam pieaugumam ir divi infleksijas punkti – viens pa kreisi, bet otrs pa labi no tekošā pieauguma maksimuma (1.7. att.).



1.7. attēls. Koku augstuma augšanas un pieauguma līknes:

H – augstuma augšanas gaita; H_{\max} – augstuma asimptota; A – vecums;
 Z_h^{vp} – tekošais augstuma pieaugums; Z_h^v – vidējais augstuma pieaugums; P1 – tekošā augstuma
 pieauguma maksimuma punkts; P2 – vidējā augstuma pieauguma maksimuma punkts.

1.4. Augstuma augšanas gaitas modeļu attīstības vēsture

Vienkārši augšanas gaitas modeļu pirmsākumi jau atrodami 18. gadsimtā (Porte, Bartelink, 2002; van Laar, 2007). Sākotnēji augšanas gaitas raksturošanai tika sastādītas tā saucamās augšanas gaitas tabulas. Vienas no pirmajām augšanas gaitas tabulām bija tā saucamās normālā meža krājas tabulas, bet vēlāk tika izstrādātas arī augšanas gaitas tabulas, kas bija paredzētas mežaudzes augstuma (vidējā vai virsausgustuma), vidējā caurmēra, šķērslaukuma, krājas, koku skaita vai koku formas koeficienta izmaiņu raksturošanai (von Teuffel *et al.*, 2006).

Laika posmā no 19. gadsimta vidus līdz 20. gadsimta sākumam nostiprinājās teorija, ka mežaudzes augstums ir vispiemērotākais vietas produktivitātes raksturošanai, tādēļ šajā laika posmā tika izstrādātas virkne dažādas bonitāšu un virsausgustuma bonitāšu tabulas (Weiskittel *et al.*, 2011). Pirmās bonitāšu tabulas, kas izmantotas Latvijā, tika izstrādātas jau 19. gadsimta vidū, bet šobrīd Latvijā vēl joprojām lietotās Orlova bonitāšu skalas tika izstrādātas 1911. gadā, un 1931. gadā tās tika precizētas (Sarma, 1948; Матузанис, 1988). Latvijā 1924. gadā, pārstrādājot Prūsijas un Krievijas ražas tabulas, tika izstrādātas arī normālu audžu augšanas gaitas tabulas (Ozols, 1926), kas vēlākos gados tika precizētas (Sacenieks, Matuzānis, 1964).

Divdesmitā gadsimta sākumā tika izstrādāti vienkāršoti *s*-veida anamorfiski augstuma augšanas gaitas modeļi. Sākotnēji izstrādātie augšanas gaitas modeļi pamatā

bija divdimensionāli (augstums bija atkarīgs tikai no viena faktora, kas parasti bija vecums). Šāda veida modeļus šobrīd mēdz dēvēt par meža augšanas līknēm vai bāzes modeļiem. Literatūrā sastopamas daudz dažādu augstuma augšanas gaitas bāzes modeļu veidu (Кивисте, 1988), un visiem tiem vispārīgā forma ir $Y = f(t)$.

Arzinoties, ka augšanas gaitu bez vecuma ietekmē arī virkne citu faktoru (piemēram, klimats, apsaimniekošanas režīms, augšnes auglība u.c.), šāda veida modeļi tika izstrādāti atsevišķām audzēm vai audžu grupām (Ciezewski, 2002). Vēlāk 20. gadsimta 30. gados tika izstrādāti dažādi polimorfiski augšanas gaitas vienādojumi, piemēram, Bartanaflaja (*Bartanaffly*) un Šūmahera (*Schumacher*) augšanas gaitas modeļi (Ciezewski, 2002; Weiskittel *et al.*, 2011), šie vienādojumi ir bāzes vecuma atkarīgi vienādojumi. Bāzes vecuma atkarīgie vienādojumi pēc to uzbūves ir statistiski vienādojumi, un to vispārīgā forma ir $Y_t = f(t; S)$, kur S ir augstums bāzes vecumā ($S = Y_{0, t_0 = 50; 100}$).

20. gadsimta 60.–70. gados izstrādāti pirmie atsevišķu koku augšanas gaitas modeļi. Pirmo atsevišķu koku augšanas gaitas modeli izstrādāja Ņūmans (*Newman*) 1964. gadā, un tas bija paredzēts duglāziju tīraudžu augšanas gaitas modelēšanai, bet 20. gadsimta 70. gadu vidū jau parādījās atsevišķu koku augšanas gaitas modeļi dažāda vecuma mistrotām audzēm (Pretzsch *et al.*, 2002).

Šajā laikā Bailejs un Klatters (Bailey, Clutter, 1974) izstrādāja bāzes vecuma neatkarīgus algebriskās diferences pieejas modeļu jeb tā saucamos ADA (*algebraic difference approach*) modeļu vispārīgos principus. Salīdzinot ar bāzes vecuma atkarīgajiem modeļiem, ADA modeļi ir ērtāk praktiski lietojami, bet šo modeļu trūkums ir tas, ka tie ir vai nu anamorfiski, vai polimorfiski ar vienu asimptotu (Ciezewski, 2002). ADA vienādojumi pēc to uzbūves ir dinamisku vienādojumu atvasinājumi, un to vispārīgā forma ir $Y_t = f(t; \chi)$, kur χ ir nezināma funkcija, kas atkarīga no augstuma augšanas gaitu ietekmējošiem faktoriem (piemēram, saimnieciskā režīma, abiotiskajiem faktoriem u.c.). Visbiežāk šīs nezināmās (χ) funkcijas raksturošanai izmanto momentāno augstumu (Y_0) un vecumu (t_0), līdz ar to vispārīgā dinamiskā vienādojumu forma ir $Y_t = f(t; Y_0; t_0)$.

Milzīgs attīstības lēciens augšanas gaitas modelēšanā ir pēdējo trīsdesmit gadu laikā, kad pateicoties personālo datoru un datorprogrammu attīstībai modeļi ir kļuvuši daudz reālistiskāki un komplicētāki (Weiskittel *et al.*, 2011). Šī gadsimta sākumā Čizevskis un Bailejs (Cieszewski, Bailey, 2000) izstrādāja bāzes vecuma neatkarīgu funkciju vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļu jeb tā saucamo GADA (*generalized algebraic difference approach*) modeļu vispārīgos principus. GADA modeļi var būt polimorfiski ar dažādām asimptotām vispārināti ADA modeļi, līdz ar to šie modeļi uzskatāmi par piemērotākiem augšanas gaitas raksturošanai. Pēdējos gados šāda veida modeļi pasaulē ir plaši izmantoti, jo šajos modeļos mežaudzes augstuma izmaiņas tiek modelētas tikai atkarībā no mežaudzes vecuma un augstuma, un tie nav atkarīgi no bāzes vecuma, kas tos padara ērtus praktiskai lietošanai. GADA vienādojumi, tāpat kā ADA vienādojumi, ir dinamisku vienādojumu atvasinājumi, un to vispārīgā forma ir vienāda.

Šobrīd pasaulē aktīvi tiek izstrādāti dažādu veidu atsevišķu koku augšanas gaitas modeļi, jo tie ir piemērotāki atsevišķu mistrotu un dažādvecuma audžu augšanas gaitas raksturošanai. Literatūrā atsevišķu koku augstuma augšanas gaitas aproksimēšanai

tiek ieteikti daudzlīmeņu nelineārās daudzfaktoru regresijas modeļi (Elfving, 2010; Hynninen *et al.*, 2002 u.c.). Šāda veida modeļi ir ļoti komplicēti, jo tajos ir iekļauti daudzi faktori, un nereti atsevišķi faktori netiek uzmērīti klasiskajā taksācijā, līdz ar to ir nepieciešami papildus modeļi, kas aproksimē šos rādītājus.

Mežaudzes augšanas gaitas modeļi salīdzinājumā ar atsevišķu koku augšanas gaitas modeļiem gandrīz vienmēr ir vienkāršāki un mazāk darbietilpīgi (mazāk papildus mainīgie faktori, kas netiek norādīti klasiskajā taksācijā, piemēram, nav nepieciešams modelēt atsevišķu koku sadalījumu mežaudzē), kas šobrīd tos padara piemērotākus praktiskai lietošanai mežsaimniecībā.

1.5. Augstuma augšanas gaitas modeļi Latvijā un citās Eiropas Ziemeļvalstīs

1.5.1. Latvija

Latvijā mežaudzes taksācijas rādītāju (H ; D ; G ; V) aktualizācijā izmanto J. Matuzāņa vadībā izstrādātos vienādojumus, kas lielā mērā balstīti uz 20. gadsimta 60.–70. gados vienreiz uzmērīto parauglaukumu un stumbra analīžu datiem (Матузанис, 1988), līdz ar to šie vienādojumu atspoguļo audžu statiku, nevis dinamiku.

Audzes augstuma izmaiņu raksturošanai tiek modelētas vidējā augstuma izmaiņas, pēc sekojošiem vienādojumiem (Bisenieks, 2002):

$$H_{A+10} = b_0 + b_1 * H_A, \quad (6)$$

$$H_{A+n} = [0.1 * b_0 + 0.1 * (b_1 - 1) * H_A] * n + H_A, \quad (7)$$

kur H_{A+10} – audzes vidējais augstums pēc 10 gadiem, m;
 H_A – audzes vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, m;
 n – aktualizācijas perioda ilgums (1–9 gadi), gadi;
 H_{A+n} – audzes vidējais augstums aktualizācijas perioda beigās, m
 b_0 ; b_1 – koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas un vecuma (1.2. tab.).

Koeficientu vērtības un to aprēķināšanas algoritmi visām sugām 1.2. tabulā ir uzrādīti ar nolūku, lai uzskatāmi parādītu, ka starp sugām atšķiras gan koeficientu aprēķināšanas algoritmi, gan mainīgie lielumi (celmu augstuma un krūšaugstuma vecums), kas līdz ar to nevajadzīgi sarežģī modeļa lietošanu.

1.2. tabula. Empīrisko koeficientu (b_0 un b_1) aprēķināšana vidējā augstuma aktualizācijas modelim

Koka suga	Koeficients	Vienādojums
Priede	b_0	$b_0 = -0.0987$ (8)
	b_1	$b_1 = 0.9212 + 11.70/(A_{1,3} - 1.5)$ (9)
Egle	b_0	$b_0 = 3.716 - 3.818 \cdot b_1$ (10)
	b_1	$b_1 = 0.9871 + 6.370/(A_{1,3} - 7)$ (11)
Bērzs	b_0	$b_0 = -2.0$ (12)
	b_1	$b_1 = 0.95 + 12.0/A$ (13)
Apse	b_0	$b_0 = 4.167 - 0.02667 \cdot A_{1,3}$ (14)
	b_1	$b_1 = 0.9234 + 0.00041 \cdot A_{1,3}$ (15)
Melnalksnis	b_0	$b_0 = 0$ (16)
	b_1	$b_1 = 0.9245 + 7.700/A$ (17)
Baltalksnis	b_0	$b_0 = 1.716 - 0.0278 \cdot A$ (18)
	b_1	$b_0 = 0.9357 + 2.360/A$ (19)

Piezīmes: A – audzes vecums aktualizācijas perioda sākumā, gadi;
 $A_{1,3}$ – audzes krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda sākumā, gadi.

Jāatzīmē, ka LVMI Silava pētnieki konstatējuši, ka šie augstuma augšanas gaitas modeļi nespēj korekti prognozēt augstuma izmaiņas jaunākajās un vecākajās audzēs (Donis u.c., 2014). LVMI Silava pētnieki ne tikai norādījuši uz nepilnībām līdz šim lietotajos augšanas gaitas modeļos, bet izstrādājuši jaunus augšanas gaitas modeļus, kas balstīti uz meža statistiskās inventarizācijas atkārtoti pārmērīto parauglaukumu datiem (Donis u.c., 2015). Mežaudzes augstuma augšanas gaitas aproksimācijai ieteikts Hosfelda (*Hossfeld*) IV vienādojuma (Кивисте, 1988) vispārinātās algebriskās diferences pieejas modelis (Krumland, Eng, 2005):

$$H_2 = 1.3 + \frac{A_2^{b_1}}{b_2 + 100b_3X_0 + X_0A_2^{b_1}}, \quad (20)$$

$$X_0 = \frac{\frac{A_1^{b_1}}{H_1 - 1.3} - b_2}{100b_3 + A_1^{b_1}}, \quad (20.1)$$

kur A_1 – krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda sākumā, gadi;
 A_2 – krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda beigās, gadi;
 H_1 – vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, m;
 H_2 – vidējais augstums aktualizācijas perioda beigās, m;
 b_1 ; b_2 ; b_3 – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no meža elementa (Priedei $b_1 = 1.181$; $b_2 = -42.597$; $b_3 = 21.109$).

LVMI Silava izstrādātais vienādojums paredzēts visām priežu audzēm neatkarīgi no meža tipa.

Vēl Latvijā LLU izstrādāta meža vērtēšanas un apsaimniekošanas plānošanas datorprogramma. Šajā programmā augstuma augšanas gaita modelēta atsevišķa meža tipa un bonitātes ietvaros:

$$H = \frac{b_1 \cdot A}{b_2^2 + A b_3}, \quad (21)$$

kur A – mežaudzes vecums, gadi;
 H – vidējais augstums, m;
 $b_1; b_2; b_3$ – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no meža tipa un bonitātes.

LLU modeļi izstrādāti katrai koku sugai atsevišķa meža tipa un Orlova bonitātes ietvaros, kas nozīmē, ka tie pamatā aproksimē Orlova bonitāšu skalu, bet literatūrā virkne autoru norāda uz Orlova bonitāšu neatbilstību augstuma augšanas gaitai (Zeide, 1978; Matuzānis, 1983; Bisenieks, 2002). Tāpat šie modeļi atspoguļo Latvijas mežaudžu statiku, jo to izstrāde balstīta uz VMD reģistru datu bāzes.

1.5.2. Igaunija

Igaunijā mežaudzes augstuma gaitas raksturošanai tiek modelētas mežaudzes vidējā augstuma izmaiņas (Kangur *et al.*, 2007):

$$H_2 = \frac{H_1 + dH + rH}{2 + 4 \cdot \beta H \cdot (A_2^{-b_1}) / (H_1 - dH + rH)}, \quad (22)$$

$$\beta H = b_2 - 493 \cdot \ln(OHOR + 1), \quad (22.1)$$

$$dH = \beta H / 50^{b_1}, \quad (22.2)$$

$$rH = ((H_1 - dH)^2 + 4 \cdot \beta H \cdot H_1 / A_1^{b_1})^{0.5}, \quad (22.3)$$

kur H_1 – mežaudzes vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, m;
 H_2 – mežaudzes vidējais augstums aktualizācijas perioda beigās, m;
 A_1 – meža elementa vecums aktualizācijas perioda sākumā, gadi;
 A_2 – meža elementa vecums aktualizācijas perioda beigās, gadi;
 $OHOR$ – organiskā slāņa (O horizonta) biezums, cm;
 $b_1; b_2$ – koeficienti, kas atkarīgi no sugas.

1.5.3. Lietuva

Lietuvā mežaudzes augstuma augšanas gaitas raksturošanai tiek izmantoti A. Kuliešis izstrādātie modeļi, kas paredzēti mežaudzes vidējā augstuma izmaiņu raksturošanai (Kuliešis, 1993). Mežaudzes vidējā augstuma izmaiņas tiek prognozētas atkarībā no mežaudzes augstuma bāzes vecumā (vietas indeksa jeb bonitātes), kas tiek aprēķināts pēc sekojoša vienādojuma:

$$H_{ba} = \frac{H - 1.3 - b_1 \cdot (A - A_{ba})}{b_2} + 1.3, \quad (23)$$

kur H – mežaudzes pašreizējais vidējais augstums, m;
 H_{ba} – mežaudzes vidējais augstums bāzes vecumā, m;
 A – mežaudzes pašreizējais vecums, gadi;
 A_{ba} – mežaudzes bāzes vecums (vēlams, lai bāzes vecums ir līdzīgs konkrētās koku sugas saimnieciskās aprites cikla garumam), gadi;
 $b_1; b_2$ – koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Matemātiski pārveidojot 23. formulu, atkarībā no mežaudzes bonitātes mežaudzes vidējo augstumu iespējams modelēt jebkurā vecumā:

$$H = (H_{ba} - 1.3) \cdot b_2 + b_1 \cdot (A - A_{ba}) + 1.3, \quad (24)$$

kur H – mežaudzes vidējais augstums, m;
 H_{ba} – mežaudzes vidējais augstums bāzes vecumā, m;
 A – meža elementa vecums, gadi;
 A_{ba} – meža elementa bāzes vecums (bāzes vecumam būtu jābūt tuvam sugas rotācijas perioda garumam), gadi;
 $b_1; b_2$ – koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Zinot mežaudzes vidējo augstumu (24. formula) aktualizācijas perioda beigās, iespējams arī aprēķināt aktualizācijas perioda vidējā augstuma pieaugumu:

$$z_H = H_2 - \frac{H_1 \cdot G_1 - H_{atm} \cdot G_{atm}}{G_1 - G_{atm}}, \quad (25)$$

kur z_H – vidējā augstuma pieaugums, m;
 H_2 – prognozētais mežaudzes vidējais augstums aktualizācijas perioda beigās (24. formula), m;
 H_1 – mežaudzes vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, m;
 G_1 – mežaudzes šķērslaukums aktualizācijas perioda sākumā, m²ha⁻¹;
 H_{atm} – atmirušo koku vidējais augstums, m;
 G_{atm} – aktualizācijas perioda laikā atmirušo koku šķērslaukums, m²ha⁻¹.

Ar 25. formulu aprēķinātajam vidējā augstuma pieaugumam ir izstrādāta korekcija, kas ņem vērā atmiruma radītās augstuma pieauguma izmaiņas. Atmiruma ietekmes raksturošanai izmanto mežaudzes atbilstošās vidējā augstuma diferences attiecību pret mežaudzes vidējā augstuma pieaugumu:

$$I_H = \frac{\Delta_H}{z_H} = 1 + \frac{G_{atm}}{G_{dz}} \cdot \left(\frac{1-H_{atm}/H_{dz}}{z_H/H_{dz}} - 1 \right), \quad (26)$$

kur I_H – mežaudzes vidējā augstuma diferences attiecība pret mežaudzes vidējā augstuma pieaugumu;

Δ_H – mežaudzes vidējā augstuma diference, m;

z_H – vidējā augstuma pieaugums (25. formula); m;

G_{atm} – prognožu perioda laikā atmirušo koku šķērslaukums, m²ha⁻¹;

G_{dz} – prognožu perioda laikā izdzīvojošo koku šķērslaukums perioda sākumā, m²ha⁻¹;

H_{atm} – atmirušo koku vidējais augstums, m;

H_{dz} – dzīvo koku vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, m.

Pārveidojot 26. formulu, mežaudzes vidējā augstuma diferenci var aprēķināt pēc sekojoša vienādojuma:

$$\Delta_H = \left[1 + \frac{G_{atm}}{G_{dz}} \cdot \left(\frac{1-H_{atm}/H_{dz}}{z_H/H_{dz}} - 1 \right) \right] z_H, \quad (27)$$

kur Δ_H – mežaudzes vidējā augstuma diference, m;

z_H – vidējā augstuma pieaugums (25. formula); m;

G_{atm} – prognožu perioda laikā atmirušo koku šķērslaukums, m²ha⁻¹;

G_{dz} – prognožu perioda laikā izdzīvojošo koku šķērslaukums perioda sākumā, m²ha⁻¹;

H_{atm} – atmirušo koku vidējais augstums, m;

H_{dz} – dzīvo koku vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, m.

Nākošā perioda vidējo augstumu, ņemot vērā atmirumu, iespējams prognozēt pēc sekojoša vienādojuma:

$$H_2 = H_1 + \Delta_H = H_1 + \left[1 + \frac{G_{atm}}{G_{dz}} \cdot \left(\frac{1-H_{atm}/H_{dz}}{z_H/H_{dz}} - 1 \right) \right] \cdot z_H, \quad (28)$$

kur H_2 – mežaudzes vidējais augstums aktualizācijas perioda beigās, m;

Δ_H – mežaudzes vidējā augstuma diference, m;

H_1 – mežaudzes vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, m;

z_H – vidējā augstuma pieaugums (25. formula); m;

G_{atm} – prognožu perioda laikā atmirušo koku šķērslaukums, m²ha⁻¹;

G_{dz} – prognožu perioda laikā izdzīvojošo koku šķērslaukums perioda sākumā, m²ha⁻¹;

H_{atm} – atmirušo koku vidējais augstums, m;

H_{dz} – dzīvo koku vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, m.

Lietuvā ir izstrādāts vienādojums atsevišķu koku augstuma aprēķināšanai atkarībā no tā relatīvā caurmēra (koka caurmēra attiecībā pret audzes vidējo caurmēru):

$$h = H \cdot R_H, \quad (29)$$

$$R_H = 1 - (a_0 + a_1 \cdot D + a_2 \cdot D^2) + \frac{b_0 + b_1 \cdot D + b_2 \cdot D^2}{R_D + d_0} + \frac{c_0 + c_1 \cdot D + c_2 \cdot D^2}{(R_D + d_0)^2}, \quad (29.1)$$

kur h – koka augstums, m;
 H – mežaudzes vidējais augstums, m;
 D – mežaudzes vidējais caurmērs, cm;
 R_H – koka relatīvais augstums attiecībā pret mežaudzes vidējo augstumu;
 R_D – koka relatīvais caurmērs attiecībā pret mežaudzes vidējo caurmēru;
 $a_0; a_1; a_2; b_0; b_1; b_2; c_0; c_1; c_2; d_0$ – koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

1.5.4. Somija

Somijā audzes taksācijas rādītāju modelēšana notiek atsevišķu koku līmenī. Modelēšanā atsevišķi tiek izdalītas mežaudzes minerālaugsnes un mežaudzes kūdras augsnes, un katrai grupai ir atsevišķi koku augstuma augšanas gaitas modeļi (Hynynen *et al.*, 2002).

Mežaudzes minerālaugsnes

Mežaudzēs minerālaugsnes modeļi izstrādāti, lai prognozētu atsevišķu koku piecu gadu augstuma pieaugumu:

$$ih_5 = iH_{dom5} \cdot \left(\frac{d}{D_{dom}} \right)^{b_1} \cdot iH_{dom5}^{b_2 + b_3} \cdot \frac{cr}{CR_{dom}} + b_4 \cdot cr + b_5 \cdot RDFL, \quad (30)$$

kur ih_5 – atsevišķa koka nākošo piecu gadu augstuma pieaugums, m;
 iH_{dom5} – mežaudzes dominējošo koku nākošo piecu gadu augstuma pieaugums (35. formula), m;
 d – konkrētā koka krūšaugstuma caurmērs, cm;
 D_{dom} – dominējošo koku (koki, kas resnāki par mežaudzes vidējo koku) vidējais krūšaugstuma caurmērs, cm;
 cr – koka vainaga īpatsvars (33. formula);
 CR_{dom} – dominējošo koku vidējais vainaga īpatsvars (33. formula);
 $RDFL$ – mežaudzes lielāku koku (koki, kas resnāki par konkrēto koku) relatīvās biežības faktors (31. formula);
 $PLANT$ – fiktīvais mainīgais mežaudzes izcelsmes raksturošanai (ja audze stādīta, tad 1, ja nē, tad 0);
 $b_1; b_2; b_3; b_4; b_5$ – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Šajā augštuma augšanas gaitas modelī ir iekļauti virkne papildus rādītāji, kas raksturo atsevišķu koku savstarpējo konkurenci (relatīvā biežība), vainaga īpatsvaru un vietas kvalitāti jeb auglību. Tā kā šie rādītāji netiek uzmērīti klasiskajā taksācijā, tad visi šie rādītāji tiek aprēķināti kamerāli.

Relatīvā audzes biežība tiek aprēķināta pēc sekojoša vienādojuma:

$$RDF = \sum_{i=1}^n ga_i = \sum_{i=1}^n (b_0^{-1} \cdot d_i^{-b_1}), \quad (31)$$

kur RDF – mežaudzes relatīvās biežības faktors;
 ga_i – atsevišķa koka minimālā augšanas telpa;
 d_i – atsevišķa koka krūsausgštuma caurmērs, cm;
 $b_0; b_1$ – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no koku suga.

Relatīvās audzes biežības vienādojuma pamatā ir modificētais Reinekes (Reineke, 1933) maksimālā koku skaita aprēķināšanas vienādojums vienvecuma audzēm:

$$N_{max} = b_0 D_c^{b_1}, \quad (32)$$

kur N_{max} – mežaudzes maksimālais koku skaits;
 D_c – mežaudzes vidējais kvadrātiskais celmu augštuma caurmērs, cm;
 $b_0; b_1$ – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no koku suga.

Jāatzīmē, ka 31. un 32. formulā koeficientu vērtības ir vienādas.

Par koku vainaga īpatsvaru Somijas modeļos ir pieņemta dzīvā vainaga garuma attiecība pret koka garumu, kas priedēm tiek aprēķināta pēc sekojoša vienādojuma:

$$cr = 1 - \exp \left(-(b_0 + b_1 \cdot c_{0-5} + b_2 \cdot c_{6-10}) \cdot H_{dom}^{-b_3} \cdot d^{b_4} \cdot \exp(-b_5 \cdot RDFL) \cdot T_{sum}^{b_6} \cdot \exp(-b_7 \cdot RDF) \right), \quad (33)$$

kur cr – koka vainaga īpatsvars (zaļā vainaga garums attiecībā pret koka garumu);
 H_{dom} – mežaudzes dominējošo koku (koki, kas resnāki par mežaudzes vidējo koku) augštums, m;
 d – koka krūsausgštuma caurmērs, cm;
 RDF – mežaudzes relatīvā biežības faktors (31. formula);
 $RDFL$ – mežaudzes lielāku koku (koki, kas resnāki par konkrēto koku) relatīvās biežības faktors (31. formula);
 T_{sum} – gada aktīvās veģetācijas perioda ($t^{\circ} > 5^{\circ}C$) temperatūru summa, $^{\circ}C$;
 c_{0-5} – fiktīvais mainīgais, kas raksturo, vai pēdējo 5 gadu laikā mežaudzē ir veikta kopšanas cirte (ja nav veikta, tad 0; ja ir veikta, tad 1);
 c_{6-10} – fiktīvais mainīgais, kas raksturo, vai pēdējo 6–10 gadu laikā mežaudzē ir veikta kopšanas cirte (ja nav veikta, tad 0; ja ir veikta, tad 1);
 $b_0; b_1; b_2; b_3; b_4; b_5; b_6; b_7$ – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Modeļos par mežaudzes virsaugstumu (H_{dom}) tiek izmantots dominējošo koku vidējais augstums, kur dominējošie koki ir visi koki, kuru caurmērs ir lielāks par mežaudzes vidējo kvadrātisko caurmēru.

Mežaudzes vietas kvalitātes (*site index*) raksturošanai izmanto dominējošo koku augstumu 50 gadu krūšaugsstuma vecumā (virsaugstuma bonitāte). Šī rādītāja aprēķināšanai piedēm izmanto sekojošu vienādojumu:

$$SI = \exp \left(b_0 + b_1 \cdot T_{sum} + b_2 \cdot H_{vj} + b_3 \cdot LAKE + b_4 \cdot SEA + b_5 \cdot SC_1 + b_6 \cdot SC_2 + b_7 \cdot SC_3 + b_8 \cdot SC_4 + b_9 \cdot SC_5 + b_{10} \cdot STONY + b_{11} \cdot PALU + b_{12} \cdot HUMUS + b_{13} \cdot RDF^{0.5} + b_{14} \cdot \ln \left(\frac{d}{D_{dom}} \right) + b_{15} \cdot \ln \left(\frac{d}{D_{dom}} \right) \cdot RDF + b_{16} \cdot PLANT + \beta_1 \cdot A^c \right) + 1.3, \quad (34)$$

kur SI – mežaudzes virsaugstuma bonitāte (mežaudzes augstums 50 gadu krūšaugsstuma vecumā), m;

A – mežaudzes krūšaugsstuma vecums (rēķinot virsaugstuma bonitāti $A=50$ gadi), gadi;

T_{sum} – gada aktīvās veģetācijas perioda ($t^{\circ} > 5^{\circ}C$) temperatūru summa, $^{\circ}C$;

H_{vj} – augstums virs jūras līmeņa, m;

$LAKE$ – 20 km rādiusā ezeru proporcionālais segums, %;

SEA – 20 km rādiusā jūras proporcionālais segums, %;

SC_x – fiktīvais mainīgais, kas raksturo, kādai meža tipa auglības grupai pieder mežaudze (1.3. tabula);

$STONY$ – fiktīvais mainīgais, kas raksturo, vai augsne ir akmeņaina;

$PALU$ – fiktīvais mainīgais, kas raksturo, vai augsne ir pārpurvojusies;

$HUMUS$ – fiktīvais mainīgais, kas raksturo, vai augsnes virskārtā ir biezs rohumusa slānis;

$\frac{d}{D_{dom}}$ – atsevišķa koka caurmēra attiecība pret dominējošo koku vidējo caurmēru (rēķinot virsaugstuma bonitāti, attiecība ir 1);

RDF – relatīvā biežības faktors (rēķinot virsaugstuma bonitāti $RDF=0.75$);

$PLANT$ – fiktīvais mainīgais audzes izcelsmes raksturošanai, ja audze stādīta, tad 1, ja nē, tad 0;

$\beta_1; c; b_0; b_1; b_2 \dots b_{16}$ – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Izmantojot 34. formulu iespējams aprēķināt mežaudzes dominējošo koku vidējo augstumu jebkurā vecumā, līdz ar to var prognozēt dominējošo koku augstuma pieaugumu jebkurā audzes vecumā:

$$iH_{dom5} = H_{domA+5} - H_{domA}, \quad (35)$$

kur iH_{dom5} – mežaudzes dominējošo koku nākošo 5 gadu augstuma pieaugums, m;

H_{domA} – mežaudzes dominējošo koku vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, m;

H_{domA+5} – mežaudzes dominējošo koku vidējais augstums aktualizācijas perioda beigās, m.

1.3. tabula. Somijas augšanas gaitas modeļos izmantotās meža auglības grupas

Grupas apzīmējums	Grupas raksturojums
SC ₁	mežs ļoti auglīgās augsnēs
SC ₂	mežs auglīgās augsnēs
SC ₃	mežs mēreni auglīgās augsnēs
SC ₄	mežs mēreni nabadzīgās augsnēs
SC ₅	mežs nabadzīgās augsnēs
SC ₆	mežs ļoti nabadzīgās augsnēs
SC ₇	mežs akmeņainās augsnēs, smiltajos un palienās
SC ₈	mežs kalnos un pakalnos

Mežaudzes kūdras augsnēs

Mežaudzēs kūdras augsnēs augštuma pieaugums kokiem netiek tieši modelēts, bet gan aprēķināts sekundāri kā atbilstošais augstums prognozētajam koka caurmēram:

$$h = \exp(A_k + B_k \cdot x) + 1.3, \quad (36)$$

$$x = \frac{d^{-a_1} - 30^{-a_1}}{10^{-a_1} - 30^{-a_1}}, \quad (36.1)$$

$$A_k = b_0 + b_1 \cdot \ln(DM) + b_2 \cdot \ln(G) + b_3 \cdot \ln\left(\frac{P_b}{100} + 1\right) + b_4 \cdot LAT + b_5 \cdot H_{vj1} + b_6 \cdot c_{0-5} + b_7 \cdot SQ_{2-4}, \quad (36.2)$$

$$B_k = c_0 + c_1 \cdot \ln(DM) + c_2 \cdot \ln(G), \quad (36.3)$$

kur h – koka augstums, m;
 d – prognozētais koka krūšaugštuma caurmērs (38. formula), cm;
 DM – mežaudzes mediānais caurmērs, cm;
 G – mežaudzes šķērslaukums, m²ha⁻¹;
 P_b – bērzu šķērslaukuma īpatsvars mežaudzē, %;
 LAT – ziemeļu platums, km;
 H_{vj1} – augstums virs jūras līmeņa, m;
 c_{0-5} – fiktīvais mainīgais, kas raksturo vai pēdējo piecu gadu laikā mežaudzē ir veikta kopšanas cirte (ja veikta tad 1; ja nav veikta, tad 0);
 SQ_{2-4} – fiktīvais mainīgais augsnes auglības raksturošanai, ja mežaudze ir mezotrofiskās, oligomezotrofiskās vai oligotrofiskās augsnēs, tad 1, ja nē, tad 0;
 $a_1; b_0; b_1; b_2; b_3; b_4; b_5; b_6; b_7; c_0; c_1; c_2$ – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Atsevišķa koka caurmēra izmaiņas tiek prognozētas kā atsevišķa koka šķērslaukuma izmaiņas:

$$z_g = \exp(b_0 + b_1 \cdot g + b_2 \cdot BAL + b_3 \cdot BAL^2 + b_4 \cdot \ln(BAL) + b_5 \cdot (T_{sum} \cdot d^{0.5})^{0.5} + b_6 \cdot Y1 + b_7 \cdot Y2 + b_8 \cdot Y1 \cdot \ln(d) + b_9 \cdot Y2; 4 \cdot \ln(d) + b_{10} \cdot Y3 \cdot \ln(d) + b_{11} \cdot DR_{0-5} + b_{12} \cdot DR_{11-25} + b_{13} \cdot PDR + b_{14} \cdot c_{0-5} + b_{15} \cdot FUSC) - 1, \quad (37)$$

kur z_g – koka šķērslaukuma pieaugums, cm^2 gadā;
 d – koka krūšaugstuma caurmērs, cm ;
 g – koka šķērslaukums, cm^2 ;
 BAL – šķērslaukuma summa kokiem, kas lielāki par konkrēto koku, m^2ha^{-1} ;
 T_{sum} – gada aktīvās veģetācijas ($t^\circ > 5^\circ\text{C}$) temperatūru summa, $^\circ\text{C}$;
 P_e – egļu šķērslaukuma īpatsvars mežaudzē, %;
 P_b – bērzu šķērslaukuma īpatsvars mežaudzē, %;
 SEA – jūras īpatsvars 20 km rādiusā ap mežaudzi, %;
 Y_{1-4} – fiktīvais mainīgais, kas raksturo koku sugai atbilstošo ražības grupu (1.4. tab.);
 DR_{0-5} – fiktīvais mainīgais, kas raksturo vai pēdējo piecu gadu laikā mežaudzē ir veikta meža meliorācija (ja veikta tad 1; ja nav veikta, tad 0);
 DR_{11-25} – fiktīvais mainīgais, kas raksturo vai pēdējo 11 līdz 25 gadu laikā mežaudzē ir veikta meža meliorācija (ja veikta tad 1; ja nav veikta, tad 0);
 DR_{25-} – fiktīvais mainīgais, kas raksturo, vai mežaudzē ir veikta meža meliorācija vairāk nekā pirms 25 gadiem (ja veikta tad 1; ja nav veikta, tad 0);
 PDR – fiktīvais mainīgais, kas raksturo meža meliorācijas nepieciešamību (ja nepieciešama, tad 1; ja nav nepieciešama, tad 0);
 c_{0-5} – fiktīvais mainīgais, kas raksturo vai pēdējo piecu gadu laikā mežaudzē ir veikta kopšanas cirte (ja veikta tad 1; ja nav veikta, tad 0);
 $FUSC$ – fiktīvais mainīgais, kas raksturo vai zemsedzē ir sastopami brūnie sfagni *Spaghnum fuscum* (ja ir, tad 1; ja nav, tad 0);
 $b_0; b_1; b_2 \dots b_{15}$ – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Zinot atsevišķa koka šķērslaukuma pieaugumu, koka caurmēru aprēķina pēc sekojoša vienādojuma:

$$d_2 = \left(d_1 + \frac{4z_g}{\pi} \cdot t \right)^{0.5}, \quad (38)$$

kur d_2 – koka krūšaugstuma caurmērs perioda beigās, cm ;
 d_1 – koka krūšaugstuma caurmērs perioda sākumā, cm ;
 z_g – koka šķērslaukuma pieaugums, cm^2 gadā;
 t – prognožu perioda garums, gadi.

1.4. tabula. Somijas caurmēra augšanas gaitas modeļos kūdras augsnes (20. vienādojums) izmantotās priedes ražības grupas atkarībā no meža augsnes grupas un mežaudzes valdošās koku sugas

Augsnes veids	Valdošā koku suga mežaudzē	
	priede	egle, bērzs
Eitrofās augsnes	Y1	Y1
Mezotrofās augsnes	Y1	Y1
Oligomezotrofās augsnes	Y3	Y1
Oligotrofās augsnes	Y3	Y1
Ombrooligotrofās augsnes	Y4	
Ombrorofās augsnes	Y4	

Avots: autora veidots.

1.5.5. Zviedrija

Zviedrijā audzes taksācijas rādītāju modelēšana notiek gan audzes, gan atsevišķu koku līmenī.

Audzes augstuma augšanas gaitas modeļi

Audzes augstuma augšanas gaitas modelēšanā atsevišķi tiek izdalītas audzes līdz 7 metru augstumam un audzes virs 7 m augstuma.

Audzēs līdz 7 m augstumam tiek modelēts audzes vidējais augstums, atkarībā no mežaudzes vecuma un vietas ražības, bet netiek ņemts vērā konkrētās mežaudzes pašreizējais augstums. Priežu audzēs vidējais augstums tiek modelēts pēc sekojoša vienādojuma (Elfving, 2010):

$$H = \frac{SI}{\exp(7 + (-0.57 - 0.05 \cdot SI) \cdot A + (-0.28 + 0.0094 \cdot SI) \cdot A^2) + 1}, \quad (39)$$

kur H – mežaudzes vidējais augstums, m;
 SI – virsaugstuma bonitāte (mežaudzes augstums 100 gadu vecumā), m;
 A – mežaudzes vecums, gadi.

Audzēs virs 7 m augstumam tiek modelēts audzes virsaugstums, par ko tiek pieņemts 100 uz hektāra resnāko koku aritmētiski vidējais augstums (Elfving, 2010):

$$H_{dom2} = \frac{H_{dom1} + b_2 \cdot b_1^{b_3} + \left((H_{dom1} - b_2 \cdot b_1^{b_3})^2 + 4 \cdot b_2 \cdot H_{dom1} \cdot A_1^{b_3} \right)^{0.5}}{2 + 4 \cdot b_2 \cdot H_{dom1} \cdot A_2^{-b_3} / \left(H_1 - b_2 \cdot b_1^{b_3} + \left((H_{dom1} - b_2 \cdot b_1^{b_3})^2 + 4 \cdot b_2 \cdot H_{dom1} \cdot A_1^{b_3} \right)^{0.5} \right)}, \quad (40)$$

- kur H_{dom1} – mežaudzes virsaugstums aktualizācijas perioda sākumā, m;
 H_{dom2} – mežaudzes virsaugstums aktualizācijas perioda beigās, m;
 A_1 – mežaudzes krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda sākumā, gadi;
 A_2 – mežaudzes krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda beigās, gadi;
 $b_1; b_2; b_3$ – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Atsevišķu koku augstuma augšanas gaitas modeļi

Zviedrijā atsevišķu koku augstuma izmaiņas tiek aprēķinātas sekundāri kā atbilstošais augstums prognozētajam koka caurmēram:

$$\ln(h) = b_0 + b_1 \cdot \frac{1}{d+5} + b_2 \cdot \frac{1}{(d+5)^2} + b_3 \cdot \frac{1}{a_{1.3}+10} + b_4 \cdot \frac{1}{(a_{1.3}+10)^2} + b_5 \cdot a_{1.3} + b_6 \cdot \frac{d}{a_{1.3}} + b_7 \cdot SI_P + b_8 \cdot G + b_9 \cdot G^2 + b_{10} \cdot \frac{d}{d_{max}} + b_{11} \cdot \left(\frac{d}{d_{max}}\right)^2 + b_{12} \cdot LAT + b_{13} \cdot LAT^2 + b_{14} \cdot \left(\frac{H_{vj1}}{100}\right)^2 + b_{15} \cdot P_p + b_{16} \cdot P_e + b_{17} \cdot att_k + b_{18} \cdot rob + b_{19} \cdot pkl, \quad (41)$$

- kur h – atsevišķa koka augstums, m;
 d – prognozētais atsevišķa koka caurmērs (aprēķina līdzīgi kā Somijā 26. formula), cm;
 $a_{1.3}$ – koka krūšaugstuma vecums, gadi;
 SI_P – priedes virsaugstuma bonitāte, m;
 G – mežaudzes šķērslaukums, m²ha⁻¹;
 d_{max} – maksimālais koka caurmērs mežaudzē, cm;
 LAT – platuma grādi;
 H_{vj1} – augstums virs jūras līmeņa, m;
 P_p – priežu šķērslaukuma īpatsvars mežaudzē;
 P_e – egļu šķērslaukuma īpatsvars mežaudzē;
 att_k – fiktīvais mainīgais, kas raksturo mežaudzes attālumu līdz jūras krastam (ja attālums mazāks par 50 km, tad 1, ja nē, tad 0);
 rob – fiktīvais mainīgais, kas raksturo, vai koks atrodas pie mežaudzes robežas (ja atrodas tad 1; ja nē, tad 0);
 pkl – fiktīvais mainīgais, kas raksturo, vai mežaudze atrodas piejūras klimata zonā (ja atrodas tad 1; ja nē, tad 0);
 $b_0; b_1; b_2...b_{19}$ – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

Atsevišķa koka caurmēra izmaiņu raksturošanai tiek izmantots atsevišķa koka nākošo piecu gadu šķērslaukuma izmaiņu modelis:

$$\begin{aligned}
 z_{g5} = \exp & \left(b_0 + b_1 \cdot \ln(d + 1) + b_2 \cdot \frac{d}{10} + b_3 \cdot \frac{BAL}{d+1} + b_4 \cdot \frac{BAL}{d+1} \cdot \right. \\
 & \frac{G}{G-G_e} + b_5 \cdot \frac{BAL}{d+1} \cdot \frac{(D_g - (\sum d^2 / \sum N))^{0.5}}{D_g^3} + b_6 \cdot \ln(a_{1.3} + 20) + b_7 \cdot ost + b_8 \cdot \\
 & \frac{D_g}{10} + b_9 \cdot \frac{D_g^2}{1000} + b_{10} \cdot \ln(G + 3) + b_{11} \cdot G_{citi}^2 + b_{12} \cdot G_i^2 + b_{13} \cdot \\
 & Gotland + b_{14} \cdot \frac{T_{sum}}{1000} + b_{15} \cdot \left(\frac{T_{sum}}{1000} \right)^2 + b_{16} \cdot \frac{1}{T_{sum}-0.3} + b_{17} \cdot \frac{1}{att_k+3} + \\
 & b_{18} \cdot LAT + b_{18} \cdot \frac{H_{vjl}}{100} + b_{19} \cdot \left(\frac{H_{vjl}}{100} \right)^2 + b_{20} \cdot \frac{SI}{10} + b_{21} \cdot \frac{SI^2}{100} + b_{22} \cdot rich + \\
 & b_{23} \cdot ort + b_{24} \cdot fer + b_{25} \cdot c_{0-10} + b_{26} \cdot c_{11-25} + b_{27} \cdot dal + b_{28} \cdot \\
 & \left. kant + b_{29} \cdot \frac{\ln(G+1)}{\ln(G_{apk}+1)} \right), \quad (42)
 \end{aligned}$$

- kur z_{g5} – vidējā kvadrātiskā koka nākošo piecu gadu šķērslaukuma periodiskais pieaugums, cm^2 ;
 d – koka krūšaugstuma caurmērs, cm ;
 BAL – mežaudzes resnāku koku šķērslaukuma summa, m^2ha^{-1} ;
 G – mežaudzes šķērslaukums, m^2ha^{-1} ;
 G_e – egļu šķērslaukums, m^2ha^{-1} ;
 D_g – vidējais kvadrātiskais mežaudzes krūšaugstuma caurmērs, cm ;
 N – mežaudzes koku skaits, ha^{-1} ;
 $a_{1.3}$ – koka krūšaugstuma vecums, gadi;
 ost – rādītājs, kas raksturo koka vecuma aprēķināšanu
 G_{citi} – citu koku sugu šķērslaukums mežaudzē, m^2ha^{-1} ;
 G_i – kokam atbilstošās koku sugas koku šķērslaukums mežaudzē, m^2ha^{-1} ;
 $Gotland$ – fiktīvais mainīgais, kas raksturo vai mežaudze atrodas uz Gotlandes salas (ja atrodas, tad 1; ja nē, tad 0);
 T_{sum} – aktīvo temperatūru summa ($>5^\circ\text{C}$) veģetācijas periodā, $^\circ\text{C}$;
 att_k – attālums no mežaudzes līdz jūras krastam, $\text{km} \cdot 10^{-1}$;
 LAT – ģeogrāfiskā platuma grādi;
 H_{vjl} – augstums virs jūras līmeņa, m ;
 SI – mežaudzes virsausgštuma bonitāte, m ;
 $rich$ – rādītājs, kas raksturo veģetācijas tipu;
 fer – fiktīvais mainīgais, kas raksturo, vai mežaudzē ir veikta mēslošana (ja ir veikta, tad 1; ja nav, tad 0);
 c_{0-10} – fiktīvais mainīgais, kas raksturo, vai pēdējo 10 gadu laikā mežaudzē ir veikta kopšanas cirte (ja veikta, tad 1; ja nav veikta, tad 0);
 c_{11-25} – fiktīvais mainīgais, kas raksturo vai pēdējo 11–25 gadu laikā mežaudzē ir veikta kopšanas cirte (ja veikta, tad 1; ja nav veikta, tad 0);
 dal – fiktīvais mainīgais, kas raksturo vai blakus esošā zeme ir mežaudze (ja ir, tad 1; ja nav, tad 0);

kant – fiktīvais mainīgais, kas raksturo vai blakus esošā zeme nav mežaudze (ja nav, tad 1; ja ir, tad 0);

G_{apk} – apkārt esošās mežaudzes šķērslaukums, m^2ha^{-1} ;

$b_0; b_1; b_2 \dots b_{29}$ – empīriskie koeficienti, kas atkarīgi no koku sugas.

1.6. Kopsavilkums

Šobrīd Latvijā mežaudzes raksturošanai un saimnieciskās darbības plānošanā un regulēšanā tiek izmantots mežaudzes vidējais augstums, tomēr Latvijas likumdošanā nav pietiekami precīzi un atbilstoši starptautiskajām normām definēts mežaudzes vidējais augstuma jēdziens. Tādēļ ir nepieciešams Latvijas likumdošanā precīzi un atbilstoši starptautiskajām normām definēt mežaudzes vidējais augstuma jēdzienu.

Šobrīd Latvijā VMD meža valsts reģistra datu bāzē augstuma augšanas prognozēšanai izmanto 20. gadsimta 80. gados izstrādātos vienādojumus, kas paredzēti mežaudzes vidējais augstuma aktualizācijai. Literatūrā norādīts, ka mežaudzes un meža elementa augstuma augšanas gaitas modelēšanai un mežaudzes produktivitātes raksturošanai par daudz piemērotāku uzskatāms mežaudzes virsaugstums vai dominējošo koku augstums.

Atsevišķu koku un mežaudzes augstuma pieaugumu ietekmē virkne dažādu faktoru un to savstarpējā mijiedarbība, bet nozīmīgākie ir: koku sugas bioloģiskās īpašības; koku izcelsme; fizioloģiskais stāvoklis; koku vecums; augšanas vieta un mežsaimnieciskā darbība (lai gan atsevišķu koku augšanas modeļi ir uzskatāmi par piemērotākiem saliktu mistrotu audžu augstuma izmaiņu raksturošanai).

Mežaudzes augstuma augšanas gaitas modeļi salīdzinājumā ar atsevišķu koku augšanas gaitas modeļiem ir vienkāršāki un mazāk darbietilpīgi, kas tos šobrīd padara piemērotākus praktiskai lietošanai mežsaimniecībā. Šobrīd pasaulē mežaudzes augstuma augšanas gaitas modelēšanā pēdējos gados plaši tiek izmantoti bāzes vecuma neatkarīgu funkciju vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļi jeb tā saucamie GADA (*generalized algebraic difference approach*) modeļi, kas ir *s*-veida polimorfiski modeļi ar dažādām asimptotām.

2. MATERIĀLS UN METODES

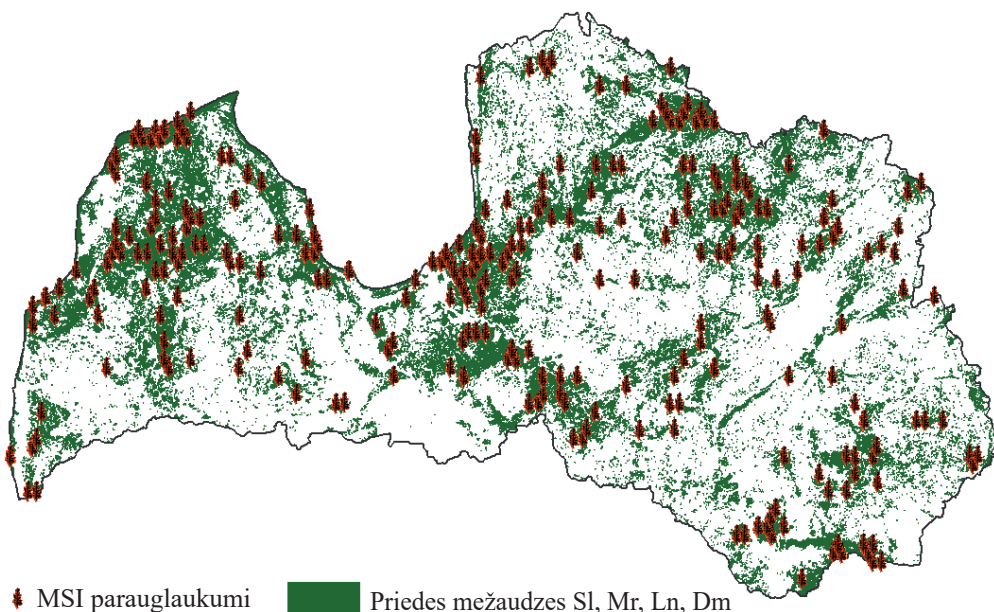
2.1. Pētījuma objektu raksturojums

Darbā virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļi izstrādāti, balstoties uz meža statistiskās inventarizācijas (MSI) pirmajā un otrajā ciklā atkārtoti pārmērīto parauglaukumu datu bāzi.

Darbā izmantoti 373 MSI parauglaukumu dati, kuriem:

- abās uzmērīšanas reizēs parauglaukums nav sadalīts sektoros – viss parauglaukums ir vienā un tajā pašā audzē;
- abās uzmērīšanas reizēs zemju kategorija ir mežs (kods 10);
- meža tips ir sils, mētrājs, lāns vai damaksnis;
- valdošā koku suga parauglaukumā abās uzmērīšanas reizēs ir priede un tās īpatsvars sastāva formulā ir vismaz sešas vienības;
- starpinventarizācijas periodā nav konstatēta koku ciršana.

Pētnieciskajā darbā atlasītie parauglaukumi ir izvietoti vienmērīgi pa visu Latviju proporcionāli priežu audzēm silā, mētrājā, lānā un damaksnī (2.1. att.).



2.1. attēls. Darbā izmantoto parauglaukumu izvietojums.

Darbā izmantoti dati par 672 kokiem, kas atbilst sekojošiem kritērijiem:

- abās uzmērīšanas reizēs koks parauglaukumā ir starp 100 resnākajiem kokiem uz hektāra;
- abās uzmērīšanas reizēs kokam ir uzmērīts augstums;
- uzmērītā augstuma starpība starp otro un pirmo ciklu ir lielāka par 0;
- kokiem nevienā uzmērīšanas reizē nav konstatēti galotnes bojājumi;
- starpība starp abos ciklos aprēķināto augstumu 100 gadu vecumā (8. formula) ir mazāka par 5 %.

Izvēlētajiem kokiem ir pietiekami plašs krūšaugstuma vecuma un augstuma diapazons, kā arī tie atrodas dažādas biežības audzēs (2.1. tab.).

2.1. tabula. Izmantoto datu raksturojums

Taksācijas vienība	Statistiskie rādītāji	Meža tips				Kopā
		sils	mētrājs	lāns	damaksnis	
Krūšaugstuma vecums, gadi	Aritmētiski vidējais	60	66	69	72	69
	Minimums	7	4	10	17	4
	Maksimums	148	148	153	155	155
	Standartnovirze	33	26	27	24	26
Koku augstums, m	Aritmētiski vidējais	15.9	21.6	24.4	26.8	23.9
	Minimums	4.4	4.5	7.3	10.5	4.4
	Maksimums	24.2	31.3	34.2	38.5	38.5
	Standartnovirze	4.6	4.5	4.5	4.0	5.4
Mežaudzes I stāva šķērslaukums, m ² ha ⁻¹	Aritmētiski vidējais	16.3	22.3	23.8	25.7	23.5
	Minimums	2.3	1.6	8.7	7.6	1.6
	Maksimums	28.3	40.6	45.1	52.4	52.4
	Standartnovirze	7.4	7.7	7.2	9.4	8.7
Mežaudzes I stāva biežība	Aritmētiski vidējais	0.5	0.6	0.7	0.7	0.7
	Minimums	0.1	0.1	0.3	0.2	0.1
	Maksimums	0.9	1.1	1.2	1.4	1.4
	Standartnovirze	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
Parauglaukumi	Skaitis	27	99	98	149	373
Koki	Skaitis	55	184	167	266	672

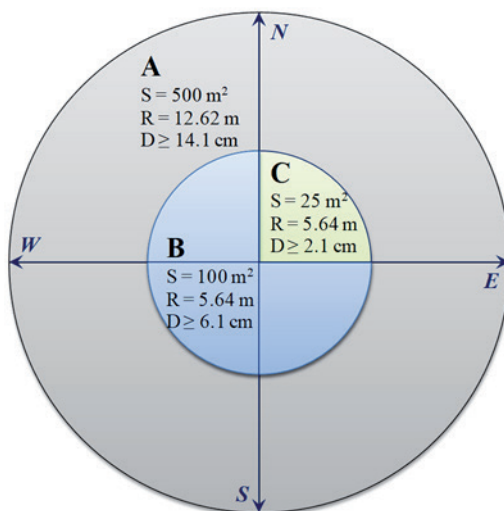
2.2. Lauku darbu metodika

Pilnā MSI metodika ir pieejama tiešsaistē (Meža statistiskās inventarizācijas..., 2013). Darbā norādīta tikai kokaudzes uzmērīšanas metodika, pie tam tikai stāvošu koku uzmērīšana.

Kokaudze ir uzmērīta koncentriskos parauglaukumos (2.2. att.). Visā parauglaukuma platībā ($S=500\text{ m}^2$; $R=12.62\text{ m}$) uzmērīti koki, kuru krūšaugstuma caurmērs ir vismaz 14.1 cm. Parauglaukuma centrā izdalīts uzskaites laukums ($S=100\text{ m}^2$; $R=5.64\text{ m}$), kurā uzmērīti visi koki, kuru krūšaugstuma caurmērs ir vismaz 6.1 cm. Izdalītā uzskaites laukuma sektorā starp ziemeļiem un austrumiem ($S=25\text{ m}^2$) uzmērīti visi koki, kuru krūšaugstuma caurmērs ir vismaz 2.1 cm. Katram uzmērītajam kokam ir noteikti sekojoši taksācijas rādītāji:

- koka suga;
- stāvs;
- Krafta klase;
- krūšaugstuma caurmērs (1 mm precizitāte);
- bojājums;
- stāvoklis (dzīvs, sausoknis).

Atsevišķi ir izdalīti iepriekšējās paaudzes koki (ekoloģiskie koki, sēklu koki u.tml.).



2.2. attēls. Parauglaukuma shēma:

A – 500 m² parauglaukums, B – 100 m² parauglaukums, C – 25 m² parauglaukums.

Parauglaukumā koku augstums uzmērīts pieciem I stāva valdošās koku sugas kokiem (ja mazāk par pieciem kokiem parauglaukumā, tad visiem cik ir), bet pārējiem meža

elementiem pa trim kokiem no meža elementa (ja mazāk par trīs kokiem parauglaukumā, tad visiem cik ir). Koku augstumi uzņēmāti ar 0.1 m precizitāti.

Vecuma noteikšanai izvēlēti koki ārpus parauglaukuma, bet tajā pašā mežaudzē, ja ārpus parauglaukuma nav neviena meža elementam atbilstošā koka, tad vecuma noteikšanai koki izvēlēti parauglaukumā. Meža elementa vecuma noteikšanai koki ar Preslera svārpstu urbti krūšaugstumā. Ja meža elementa krājas īpatsvars mežaudzē ir vairāk kā 40 %, tad meža elementa noteikšanai urbti divi koki, bet, ja šo divu koku krūšaugstuma vecums atšķiras vairāk kā 15 gadi, ir urbts trešais koks. Ja meža elementa krājas īpatsvars mežaudzē ir mazāk kā 40 %, tad meža elementa noteikšanai urbts viens koks, kas, vizuāli novērtējot, atbilst meža elementa vidējam kokam. Atkārtoti uzņēmot parauglaukumu, koku urbšanu veic tikai jaunajiem (iepriekš neizdalītiem) meža elementiem.

2.3. Kamerālo darbu metodika

Darbā par mežaudzes virsaugstumu pieņem 100 uz hektāra vienmērīgi izvietotu resnāko koku aritmētiski vidējo augstumu. Mežaudzes virsaugstuma augšanas gaita modelēta kā atsevišķu virsaugstumam piederošu koku reāli pirmajā un otrajā ciklā uzņēmāto augstumu starpība.

Mežaudzes virsaugstuma augšanas gaitas modelēšanai pārbaudīti bāzes vecuma neatkarīgu funkciju vispārinātās algebriskās diferences pieejas vienādojumi (Czieszewski, Bailey, 2000). Kopumā pārbaudīti seši dažādi GADA vienādojumi (2.2. tab.), kas turpmāk tekstā tiks dēvēti atbilstoši to bāzes funkcijām.

Mežaudzes virsaugstuma augšanas gaitas vienādojumu aproksimācija veikta datorprogrammā *SPSS 14.0 for Windows*, izmantojot rīku *Non-linear regression* un *bootstrap* funkciju.

Aproksimēto mežaudzes virsaugstuma augšanas gaitas vienādojumu atbilstības izvērtēšanai izmantoti sekojoši statistiskie rādītāji: vidējā novirze, procentuālā vidējā novirze, standartnovirze, variācijas koeficients, vidējā kvadrātiskā kļūda, korelācijas koeficients (2.3. tab.) un Akaiķes informācijas kritērijs (Akaiķe, 1973).

2.2. tabula. Pārbaudītie GADA vienādojumi virsaugstuma augšanas gaitas raksturošanai

Bāzes modelis	Vietas parametri	Teorētiskās vērtības χ modelis	GADA modelis
<i>Chapman-Richards</i>			
$H = 1.3 + a_1 \cdot [1 - \exp(-a_2 \cdot A)]^{a_3}$	$a_2 = b_2 + \frac{b_3}{\chi}$	$\chi = \frac{1}{2} \cdot \left[\omega + \sqrt{\omega^2 - 4 \cdot b_3 \cdot \varphi} \right]$ kur $\omega = (\ln H_1 - b_2 \cdot \varphi)$ $\varphi = \ln(1 - \exp[-b_1 \cdot A_1])$	Krumland & Eng, 2005 $H_2 = 1.3 + (H_1 - 1.3) \left(\frac{1 - \exp[-b_1 \cdot A_2]}{1 - \exp[-b_1 \cdot A_1]} \right)^{\left(b_2 + \frac{b_3}{\chi} \right)}$ (43)
<i>Hossfeld</i>			
$H = 1.3 + \frac{a_1}{1 + a_2 \cdot A^{-a_3}}$	$a_1 = b_1 + \chi$ $a_2 = b_2 \cdot \chi$	$\chi = \frac{H_1 - b_1}{1 - b_2 \cdot H_1 \cdot A_1^{-b_3}}$	Ciezewski, 2002 $H_2 = 1.3 + \frac{b_1 + \chi}{1 + b_2 \cdot \chi \cdot A_2^{-b_3}}$ (44)
<i>Hossfeld I</i>			
$H = 1.3 + \frac{A^2}{a_1 + a_2 \cdot A + a_3 \cdot A^2}$	$a_2 = \chi$ $a_3 = b_1 + b_2 \cdot \chi$	$\chi = \frac{A_1^2 \cdot (1 - b_1 \cdot H_1) - b_1 \cdot H_1}{A_1 \cdot H_1 \cdot (1 + b_2 \cdot A_1)}$	Sharma et al., 2011 $H_2 = 1.3 + \frac{A_2^2}{b_1 \cdot (1 + A_2^2) + \chi \cdot A_2 \cdot (1 + b_2 \cdot A_2)}$ (45)
<i>Hossfeld IV (King-Prodan)</i>			
$H = 1.3 + \frac{A^{a_1}}{a_2 + a_3 \cdot A^{a_1}}$	$a_2 = b_2 + b_3 \cdot \chi$ $a_3 = \chi$	$\chi = \frac{A_1^{b_1} \cdot (H_1 - 1.3) - b_2}{b_3 + A_1^{b_1}}$	Krumland & Eng, 2005 $H_2 = 1.3 + \frac{A_2^{b_1}}{b_2 + b_3 \cdot \chi + \chi \cdot A_2^{b_1}}$ (46)
<i>Lunqvist-Korf</i>			
$H = 1.3 + a_1 \cdot \exp(-a_2 \cdot A^{-a_3})$	$a_1 = \exp(\chi)$ $a_2 = \frac{b_1 + b_2}{\chi}$	$\chi = \frac{1}{2} \cdot A_1^{-b_3} \cdot \left(\omega + \sqrt{4 \cdot b_2 \cdot A_1^{b_3} + (-\omega)^2} \right)$ kur $\omega = b_1 + A_1^{b_3} \cdot \ln(H_1)$	Sánchez-González et al., 2010 $H_2 = \exp(\chi) \cdot \exp\left(-b_1 + \frac{b_2 \cdot b_3}{\chi} \cdot A_2^{b_3}\right)$ (47)
<i>Strand</i>			
$H = 1.3 + \left(\frac{A}{a_1 + a_2 \cdot A} \right)^{a_3}$	$a_1 = \chi$ $a_2 = b_1 + b_2 \cdot \chi$	$\chi = \frac{A_1 \cdot \left(H_1^{\frac{1}{b_3}} - b_1 \right)}{1 + b_2 \cdot A_1}$	Sharma et al., 2011 $H_2 = \left(\frac{A_2}{\chi + A_2 \cdot (b_1 + b_2 \cdot \chi)} \right)^{b_3}$ (48)

Apzīmējumi: a_1, a_2, a_3 – koeficienti bāzes modeļiem; b_1, b_2, b_3 – koeficienti GADA modeļiem; H, H_1 un H_2 mežaudzes augstums (m) attiecīgi krūšaugstuma vecumā A, A_1 un a_2 (gadi).

2.3. tabula. Vienādojumu atbilstības izvērtēšanas statistiskie rādītāji

Statistiskais rādītājs	Apzīmējums	Ideālā vērtība	Vienādojums
Vidējā novirze	MRES	0	$\frac{\sum(x_i - y_i)}{n}$ (49)
Procentuālā vidējā novirze	MRES%	0	$\frac{\sum(x_i - y_i)}{\frac{n}{\bar{x}}} 100$ (50)
Standartnovirze	RMSE	0	$\sqrt{\frac{\sum(x_i - y_i)^2}{n - 1 - p}}$ (51)
Variācijas koeficients	RMSE%	0	$\frac{\sqrt{\frac{\sum(x_i - y_i)^2}{n - 1 - p}}}{\bar{x}} 100$ (52)
Vidējā kvadrātiskā kļūda	MSE	0	$\frac{\sum(x_i - y_i)^2}{n - p}$ (53)
Korelācijas koeficients	R	1	$\frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum(y_i - \bar{y})^2}}$ (54)

Apzīmējumi: x_i – uzmērītais rādītājs; y_i – aprēķinātais rādītājs; \bar{x} – aritmētiski vidējais uzmērītais rādītājs; \bar{y} – aritmētiski vidējais aprēķinātais rādītājs; n – novērojumu skaits; p – vienādojuma parametru skaits.

Akaikes informācijas kritērijs aprēķināts pēc formulas (Motulsky, Christopoulos, 2003):

$$AIC = N \cdot \ln\left(\frac{SS}{N}\right) + 2 \cdot K, \quad (55)$$

kur AIC – Akaikes informācijas kritērijs;

N – novērojumu skaits;

SS – noviržu kvadrātu summa;

K – vienādojuma parametru skaits.

Lai izvērtētu, cik ļoti kāds modelis ir pārāks par citu, izmanto svērto Akaikes informācijas kritēriju jeb modeļu atbilstības varbūtības (Motulsky, Christopoulos, 2003):

$$p = \frac{\exp(-0.5 \cdot \Delta)}{1 + \exp(-0.5 \cdot \Delta)}, \quad (56)$$

kur p – varbūtība, ka kāds modelis ir pārāks par citu;

Δ – Akaikes informācijas kritēriju starpība starp modeli A un B ($AIC_A - AIC_B$).

Parauglaukumu datu pirmapstrāde un izstrādāto virsaugstuma augšanas gaitas vienādojumu atbilstības izvērtēšana veikta datorprogrammā *Microsoft Office Excel 2007*.

3. REZULTĀTI

3.1. Parastās priedes virsausgštuma augšanas gaitas prognožu modeļi dažādos sausieņu meža tipos

3.1.1. Sils

Aproksimētas koeficientu vērtības CR (Čapmana-Ričardsa); HF (Hosfelda); HF I (Hosfelda I); HF IV (Hosfelda IV); LK (Lunkvista-Korfa) un ST (Štranda) bāzes funkciju vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļiem (43.–48. vienādojums, skat. 2.2. tab.) mežaudzes virsausgštuma augšanas gaitas raksturošanai priežu audzēs silā (3.1. tab.).

3.1. tabula. Priedes virsausgštuma augšanas gaitas modeļu aproksimētās koeficientu vērtības un to statistiskie rādītāji silā

Modelis	Koef.	Vērtība	Standart-klūda	95 % ticamības intervāls		95 % nogrieztais ticamības intervāls	
				Min.	Maks.	Min.	Maks.
CR	b_1	0.0249	0.0052	0.0145	0.0353	0.0165	0.0385
	b_2	-22.6666	13.1891	-49.0580	3.7248	-62.7163	-7.6397
	b_3	76.6563	41.9118	-7.2091	160.5216	29.2478	205.2587
HF	b_1	31.7457	3.9220	23.8978	39.5935	24.4944	39.3913
	b_2	-9977.990	49.415	-10076.870	-9879.110	-10223.999	-9973.764
	b_3	1.1775	0.1922	0.7929	1.5621	0.9618	1.6935
HF I	b_1	0.0336	0.0038	0.0258	0.0413	0.0244	0.0397
	b_2	-0.0043	0.0010	-0.0064	-0.0022	-0.0060	-0.0018
HF IV	b_1	1.1214	0.1380	0.8452	1.3976	0.9203	1.4040
	b_2	-26.1666	0.3810	-26.9289	-25.4043	-26.6387	-25.2053
	b_3	977.190	112.242	752.595	1201.786	852.576	1275.462
LK	b_1	-164.095	140.674	-445.583	117.392	-198.670	-116.875
	b_2	747.321	703.663	-660.705	2155.347	740.869	756.116
	b_3	0.3648	0.1155	0.1337	0.5958	0.1891	0.6315
ST	b_1	0.0807	0.0760	-0.0714	0.2327	0.0285	0.2483
	b_2	-0.0445	0.0095	-0.0635	-0.0255	-0.0549	-0.0277
	b_3	1.3206	0.5439	0.2322	2.4090	0.9582	2.3884

Visiem modeļiem starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām konstatētas ļoti ciešas korelācijas (visos gadījumos $R \geq 0.994$). Visiem modeļiem prognozētā augstuma vidējā novirze ir mazāka par 6 cm (teorētiskā koku augstuma uzmērīšanas precizitāte MSI datos ir 10 cm) un tā ir robežās no 2 cm līdz 6 cm (3.2. tab.). Aproksimētajiem modeļiem vidējā novirze visos gadījumos ir pozitīva, tas nozīmē, ka modeļi prognozē sistemātiski piesardzīgākas nākošā perioda augstuma vērtības. Visiem aproksimētajiem modeļiem prognozētā relatīvā augstuma novirze ir mazāka par ± 0.40 %, bet variācijas koeficients mazāks par 2.80 %.

3.2. tabula. Aproksimēto priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļu statistiskie rādītāji silā ($N = 55$; $H_2 = 16.93$ m)

Modelis	MRES	MRES%	RMSE	RMSE%	MSE	R	AIC
CR	0.02	0.12	0.431	2.54	0.18	0.995	-90.78
HF	0.06	0.35	0.457	2.70	0.20	0.995	-84.35
HF I	0.04	0.23	0.447	2.64	0.20	0.995	-87.54
HF IV	0.06	0.37	0.467	2.76	0.21	0.994	-81.87
LK	0.05	0.32	0.473	2.80	0.22	0.994	-80.40
ST	0.02	0.10	0.439	2.59	0.19	0.995	-88.82

Apzīmējumi: Modeļu statistiskie rādītāji: MRES – vidējā novirze, m; MRES% – procentuālā vidējā novirze, %; RMSE – standartnovirze, m; RMSE% – variācijas koeficients, %; MSE – vidējā kvadrātiskā kļūda, m; R – korelācijas koeficients; AIC – Akaikes informācijas kritērijs; N – analizē izmantoto koku skaits; H_2 – aritmētiski vidējais otrajā ciklā uzmērītais koku augstums, m.

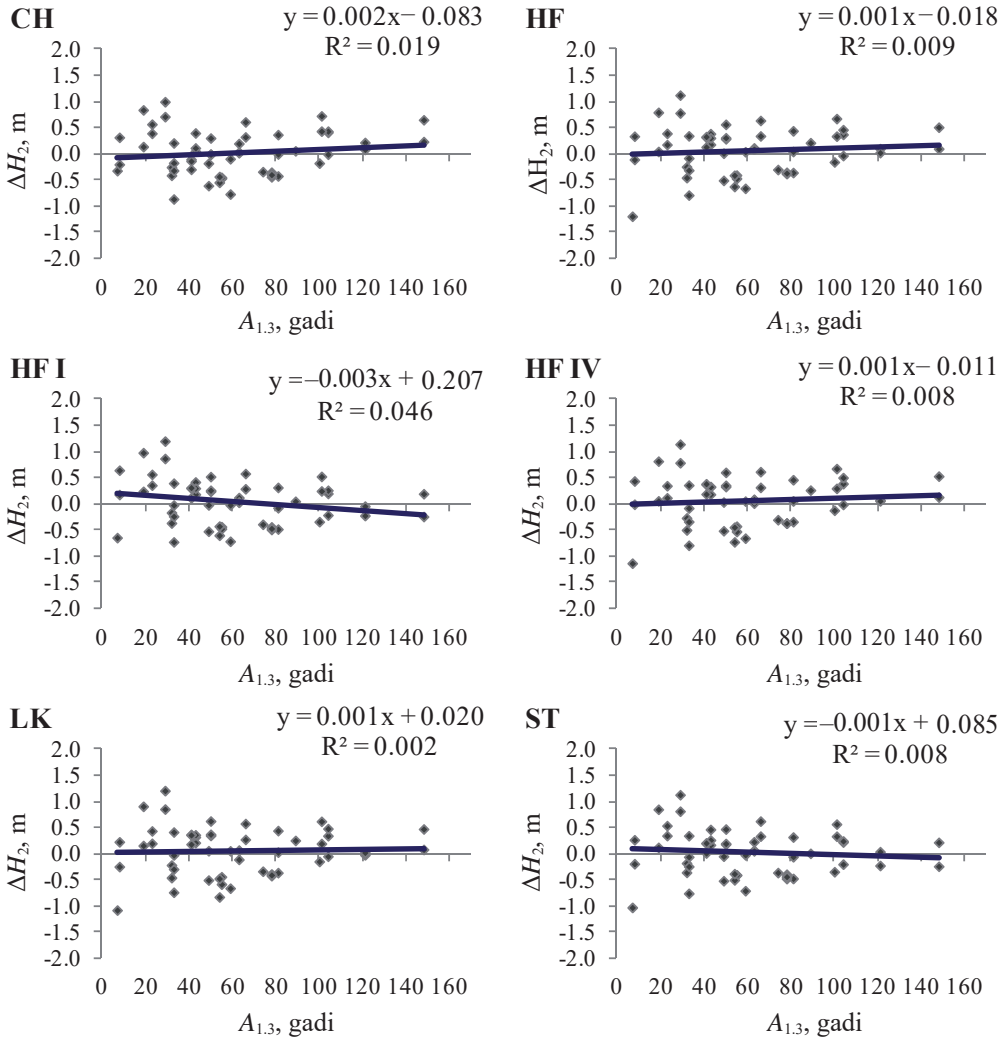
Statistiski viskorektāk analizē izmantoto priežu virsaugstuma augšanas gaitu silā raksturo aproksimētais CR modelis (3.2. tab.). Šim modelim varbūtība pēc Akaikes informācijas indeksa, ka tas spēj korektāk par citiem modeļiem prognozēt priedes virsaugstuma augšanas gaitas izmaiņas silā, ir 0.727–0.994 (3.3. tab.). Viszemākie statistiskie rādītāji ir aproksimētajam LK modelim, kuram varbūtība, ka tas spēj korektāk par citiem modeļiem prognozēt priedes virsaugstuma augšanas gaitas izmaiņas silā, ir 0.006–0.324 (3.3. tab.).

3.3. tabula. Aproximēti priedes virsausgustuma augšanas gaitas prognožu modeļu svērtais Akaikes informācijas kritērijs silā

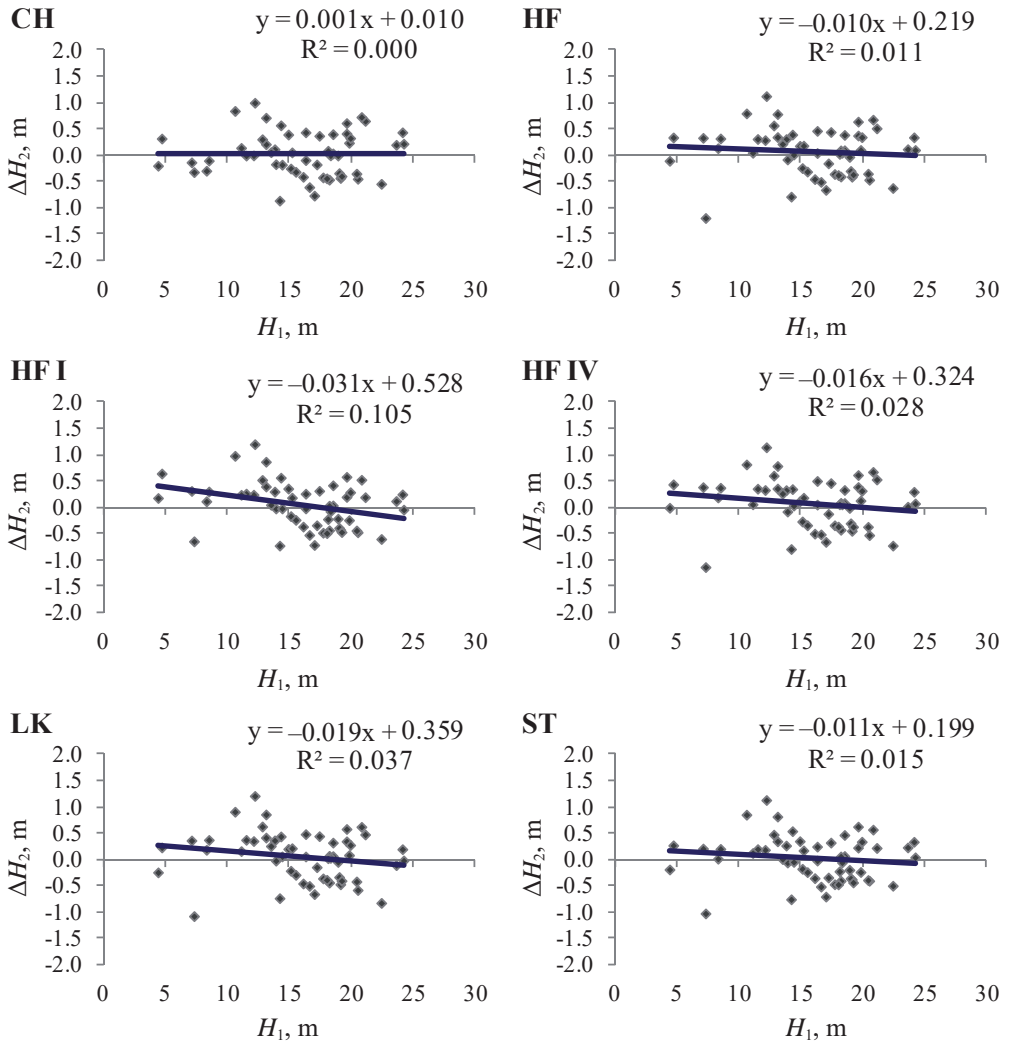
Modelis A	Modelis B					
	CR	HF	HF I	HF IV	LK	ST
CR	0.500	0.962	0.835	0.989	0.994	0.727
HF	0.038	0.500	0.168	0.776	0.878	0.096
HF I	0.165	0.832	0.500	0.945	0.973	0.345
HF IV	0.011	0.224	0.055	0.500	0.676	0.030
LK	0.006	0.122	0.027	0.324	0.500	0.015
ST	0.273	0.904	0.655	0.970	0.985	0.500

Nevienam no aproksimētajiem modeļiem nav konstatētas būtiskas lineāras sakarības ($R_i < R_{krit} = 0.266$) starp augstuma novirzēm (starpība starp uzmērīto un aproksimēto augstumu) un krūsausgustuma vecumu (3.1. att.).

Aproximētajam HF I modelim konstatēta būtiska ($\alpha = 0.05$) negatīva lineāra sakarība ($R_{HF I} = 0.324 > R_{0.05;55} = 0.266$) starp augstuma novirzēm un sākotnējo koku augstumu, tomēr jāatzīmē, ka šī lineārā korelācija ir vāja. Pārējiem modeļiem nav konstatētas būtiskas lineāras sakarības starp augstuma novirzēm un sākotnējo koku augstumu (3.2. att.).

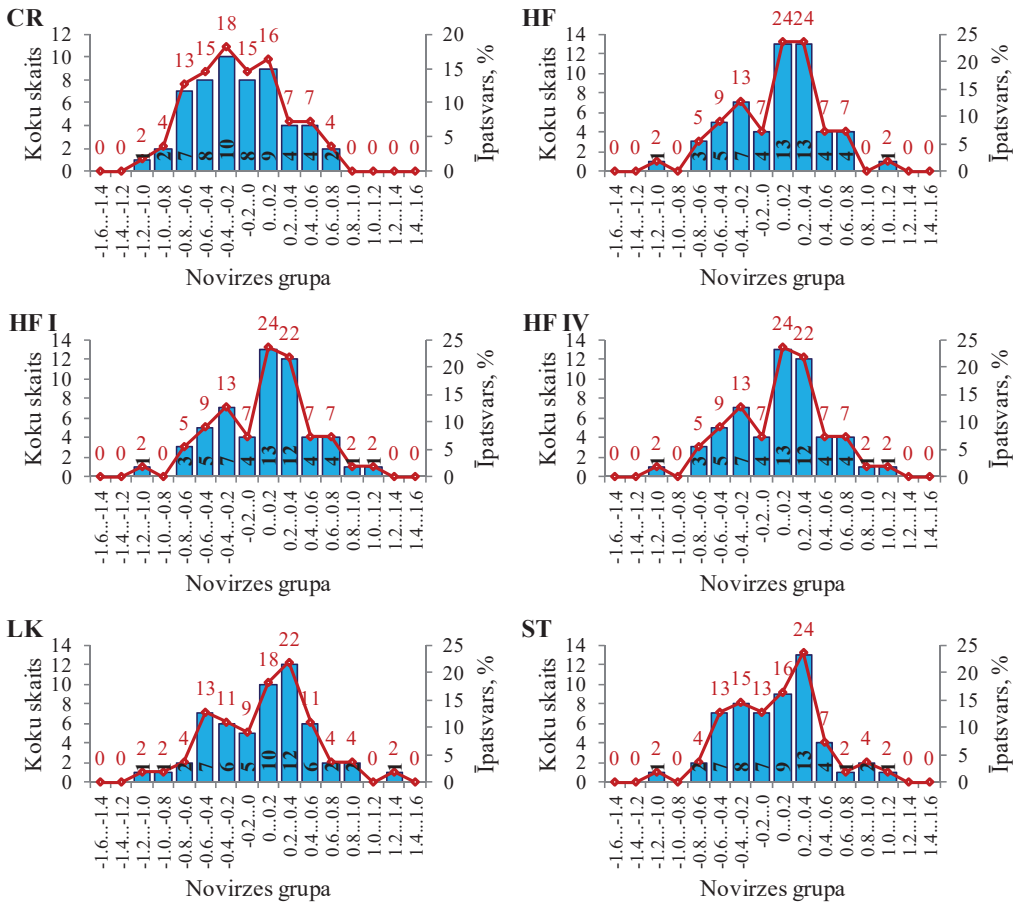


3.1. attēls. Priedes virsausgustuma starpības starp uzņēmītajām un aptuvenajām vērtībām (ΔH_2) atkarībā no sākotnējā krūsausgustuma vecuma ($A_{1,3}$) silā.



3.2. attēls. Priedes virsaugstuma starpības starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām (ΔH_2) atkarībā no sākotnējā uzmērītā virsaugstuma (H_1) silā.

Visiem aproksimētajiem modeļiem vairāk nekā 95 % koku prognozētais augstums atšķiras mazāk par 1 m, bet novirze mazāka par ± 0.60 m ir 84–87 % koku (3.3. att.).

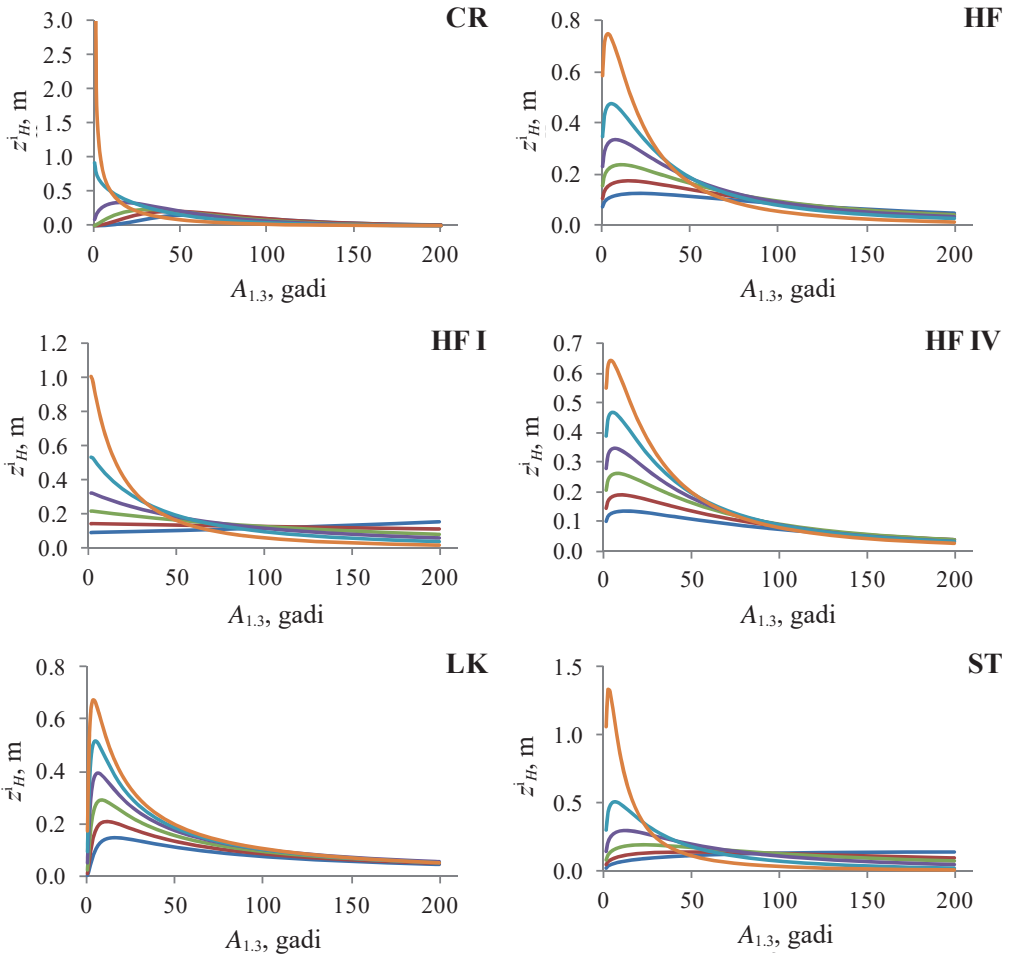


3.3. attēls. Koku skaits un īpatsvars atkarībā no novirzes (virsaugstuma starpības starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām) grupas silā.

Datu analizē izmantoto krūšaugstuma vecuma un virsaugstuma bonitāšu vērtību apgabalā ($A_{1,3} = 5...160$ gadi; $H_{100} = 15...27$ m) visi aproksimētie modeļi salīdzinoši precīzi (3.1. tab.) un loģiski (3.5. att.) raksturo priedes virsaugstuma augšanas gaitu silā. Šajā vērtību apgabalā statistiski visprecīzāk virsaugstuma izmaiņas spēj raksturot aproksimētie CR, HF I un ST virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļi.

Ekstrapolējot modeļu prognozēto augšanas gaitu lielākā vecumā un meža tipam neraksturīgi zemās un augstās bonitātēs visloģiskākās virsaugstuma izmaiņas tiek prognozētas ar aproksimētajiem HF un HF IV modeļiem. Zemākās bonitātes audzēs aproksimētie HF I un ST vienādojumi prognozē neloģiski lielus augstuma pieaugumus vecākās audzēs (3.4. att.). Bet augstākās bonitātes audzēs aproksimētie CR un ST

vienādojumi prognozē nepamatoti straujus augštuma pieaugumus jaunībā un salīdzinoši ātru augštuma pieaugumu „apstāšanos” (3.4. att.), bet aproksimētajām LK vienādojumam ir nepamatoti augsta asimptota un līdz ar to šis vienādojums prognozē nepamatoti lielus augštuma pieaugumus vecākās audzēs.



3.4. attēls. Priedes virsausgštuma augšanas gaitas modeļu prognozētais tekošais ikgadējais augštuma pieaugums (z^i_H) atkarībā no krūsausgštuma vecuma ($A_{1,3}$) dažādās virsausgštuma bonitātēs silā.

Augšanas gaita modelēta atkarībā no krūsausgštuma bāzes vecuma 100 gadi:

— $H_{100} = 12$ m, — $H_{100} = 15$ m, — $H_{100} = 18$ m, — $H_{100} = 21$ m, — $H_{100} = 24$ m, — $H_{100} = 27$ m.

Ņemot vērā spēju loģiski ekstrapolēt priedes virsaugstuma augšanas gaitu ārpus datu analīzē izmantotā krūšaugstuma vecuma un virsaugstuma bonitāšu vērtību apgabala, kā arī ņemot vērā vienādojumu statistiskos rādītājus, priedes virsaugstuma augšanas gaitas modelēšanā silā ieteicams izmantot aproksimētos HF vai HF IV bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļus:

- Hosfelda

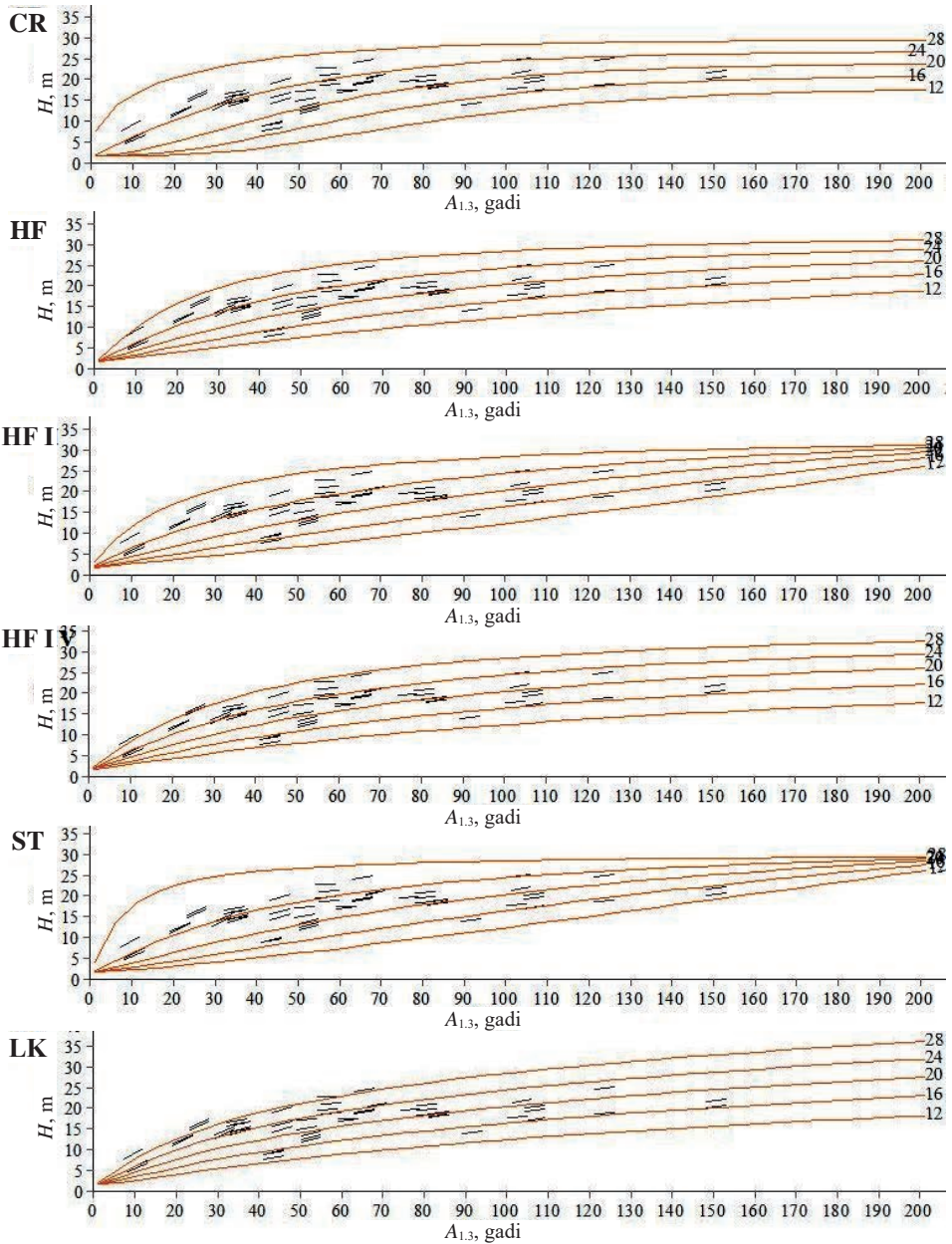
$$H_2 = 1.3 + \frac{31.7457 + \frac{H_1 - 31.7457}{1 + 9977.990 \cdot H_1 \cdot A_1^{-1.1775}}}{1 - 9977.990 \cdot \frac{H_1 - 31.7457}{1 + 9977.990 \cdot H_1 \cdot A_1^{-1.1775}} \cdot A_2^{-1.1775}}, \quad (57)$$

- Hosfelda IV

$$H_2 = 1.3 + \frac{A_2^{1.1214}}{-26.1666 + 977.190 \cdot \frac{A_1^{1.1214}}{H_1 - 1.3} + 26.1666 + \frac{A_1^{1.1214}}{H_1 - 1.3} + 26.1666 + \frac{A_1^{1.1214}}{977.190 + A_1^{1.1214}} + \frac{A_1^{1.1214}}{977.190 + A_1^{1.1214}} \cdot A_2^{1.1214}}, \quad (58)$$

kur A_1 – krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda sākumā, gadi;
 A_2 – krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda beigās, gadi;
 H_1 – vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, metri;
 H_2 – vidējais augstums aktualizācijas perioda beigās, metri.

Ieteiktie priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļi (Hosfelda un Hosfelda IV) silā var tikt izmantoti arī ārpus datu analīzē izmantoto datu krūšaugstuma vecuma un virsaugstuma bonitāšu apgabala. Abus modeļus var lietot krūšaugstuma vecumā no 5–200 gadiem un virsaugstuma bonitātēs no 12 līdz 30 metriem.



3.5. attēls. Uzmērītās virsausgustuma (H) izmaiņas un ar GADA modeļiem aproksimētā virsausgustuma augšanas gaita atkarībā no krūsausgustuma vecuma ($A_{1,3}$) priedēm silā. Augšanas gaita modelēta atkarībā no augstuma krūsausgustuma bāzes vecumā 100 gadi; augstumi bāzes vecumā 12, 16, 20, 24 un 26 m.

3.1.2. Mētrājs

Aproksimētas koeficientu vērtības CR (Čapmana-Ričardsa); HF (Hosfelda); HF I (Hosfelda I); HF IV (Hosfelda IV); LK (Lunkvista-Korfa) un ST (Štranda) bāzes funkciju vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļiem (43.–48. vienādojums, skat. 2.2. tab.) mežaudzes virsaugstuma augšanas gaitas raksturošanai priežu audzēs mētrājā (3.4. tab.).

3.4. tabula. Priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļu aproksimētās koeficientu vērtības un to statistiskie rādītāji mētrājā

Modelis	Kofef.	Vērtība	Standart- klūda	95 % ticamības intervāls		95 % nogrieztais ticamības intervāls	
				Min.	Maks.	Min.	Maks.
CR	b_1	0.0105	0.0029	0.0048	0.0162	0.0053	0.0160
	b_2	-13.6783	8.0162	-29.7187	2.3620	-31.8984	-1.9146
	b_3	55.4266	29.5867	-3.7762	114.6295	11.4107	121.0420
HF	b_1	68.9735	4.0971	60.7752	77.1719	59.8080	69.1259
	b_2	-6135.081	32.499	-6200.110	-6070.051	-6188.003	-6135.080
	b_3	0.9702	0.0339	0.9024	1.0380	0.9077	1.0534
HF I	b_1	0.0228	0.0020	0.0186	0.0270	0.0161	0.0253
	b_2	-0.0038	0.0008	-0.0054	-0.0022	-0.0046	-0.0006
HF IV	b_1	0.9613	0.0582	0.8449	1.0777	0.8218	1.0298
	b_2	-11.3768	0.8403	-13.0583	-9.6953	-12.2616	-8.8094
	b_3	919.499	117.792	683.798	1155.201	803.080	1274.929
LK	b_1	-109.652	13.959	-137.584	-81.720	-132.102	-71.247
	b_2	758.363	1.542	755.277	761.449	755.330	763.665
	b_3	0.1946	0.0306	0.1334	0.2557	0.1066	0.2661
ST	b_1	0.0223	0.0081	0.0062	0.0384	0.0072	0.0372
	b_2	-0.0380	0.0086	-0.0552	-0.0208	-0.0492	-0.0162
	b_3	0.9955	0.0875	0.8205	1.1705	0.7856	1.1277

Visiem modeļiem starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām konstatētas ļoti ciešas korelācijas (visos gadījumos $R = 0.990$). Aproksimētajiem modeļiem prognozētā augstuma vidējā novirze ir robežās no 0 cm līdz 3 cm (3.5. tab.). HF I un ST modeļiem prognozētā augstuma vidējā novirze ir negatīva (attiecīgi 4 un 3 mm), bet CR, HF, HF IV un LK modeļiem šis rādītājs ir pozitīvs. Tas nozīmē, ka HF I un ST modeļi sistemātiski pārvērtē nākamā perioda augstumu, bet pārējie modeļi prognozē sistemātiski piesardzīgākas

nākošā perioda augstuma vērtības. Visiem aproksimētajiem modeļiem prognozētā relatīvā augstuma novirze ir mazāka par ± 0.13 %, bet variācijas koeficients mazāks par 2.66 %.

3.5. tabula. Aproksimēto priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļu statistiskie rādītāji mētrājā ($N = 184$; $H_2 = 22.82$ m)

Modelis	MRES	MRES%	RMSE	RMSE%	MSE	R	AIC
CR	0.00	0.00	0.60	2.64	0.36	0.990	-184.46
HF	0.03	0.11	0.60	2.65	0.36	0.990	-183.48
HF I	0.00	-0.02	0.59	2.60	0.35	0.990	-190.98
HF IV	0.03	0.13	0.61	2.66	0.37	0.990	-181.86
LK	0.03	0.13	0.60	2.64	0.36	0.990	-184.94
ST	0.00	-0.01	0.60	2.61	0.35	0.990	-188.95

Apzīmējumi:

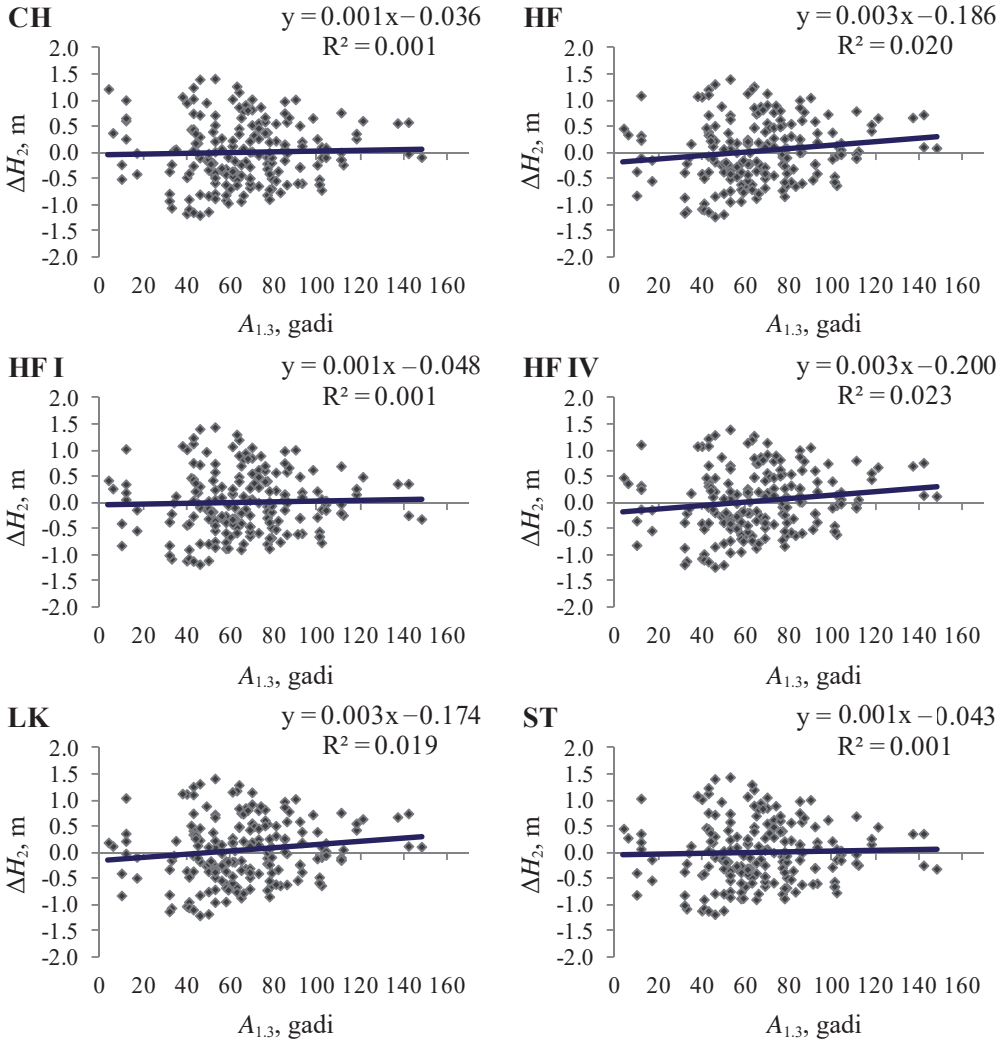
Modeļu statistiskie rādītāji: MRES – vidējā novirze, m; MRES% – procentuālā vidējā novirze, %; RMSE – standartnovirze, m; RMSE% – variācijas koeficients, %; MSE – vidējā kvadrātiskā kļūda, m; R – korelācijas koeficients; AIC – Akaikes informācijas kritērijs; N – koku skaits; H_2 – aritmētiski vidējais otrajā ciklā uzmērītais koku augstums.

Viskorektāk priedes virsaugstuma augšanas gaitu mētrājā raksturo aproksimētie HF I un ST modeļi, jo tiem ir zemākie Akaikes informācijas kritēriji, bet visaugstākais Akaikes informācijas kritērijs ir HF IV modelim (3.5. tab.). HF I un ST modeļiem varbūtība pēc Akaikes informācijas indeksa, ka tie spēj korektāk prognozēt priedes virsaugstuma augšanas gaitas izmaiņas mētrājā nekā pārējie modeļi, ir no 0.881 līdz 0.990 (3.6. tab.), savukārt šis rādītājs HF IV modelim ir no 0.010 līdz 0.308.

3.6. tabula. Aproksimēti priedes virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļu svērtais Akaikes informācijas kritērijs mētrājā

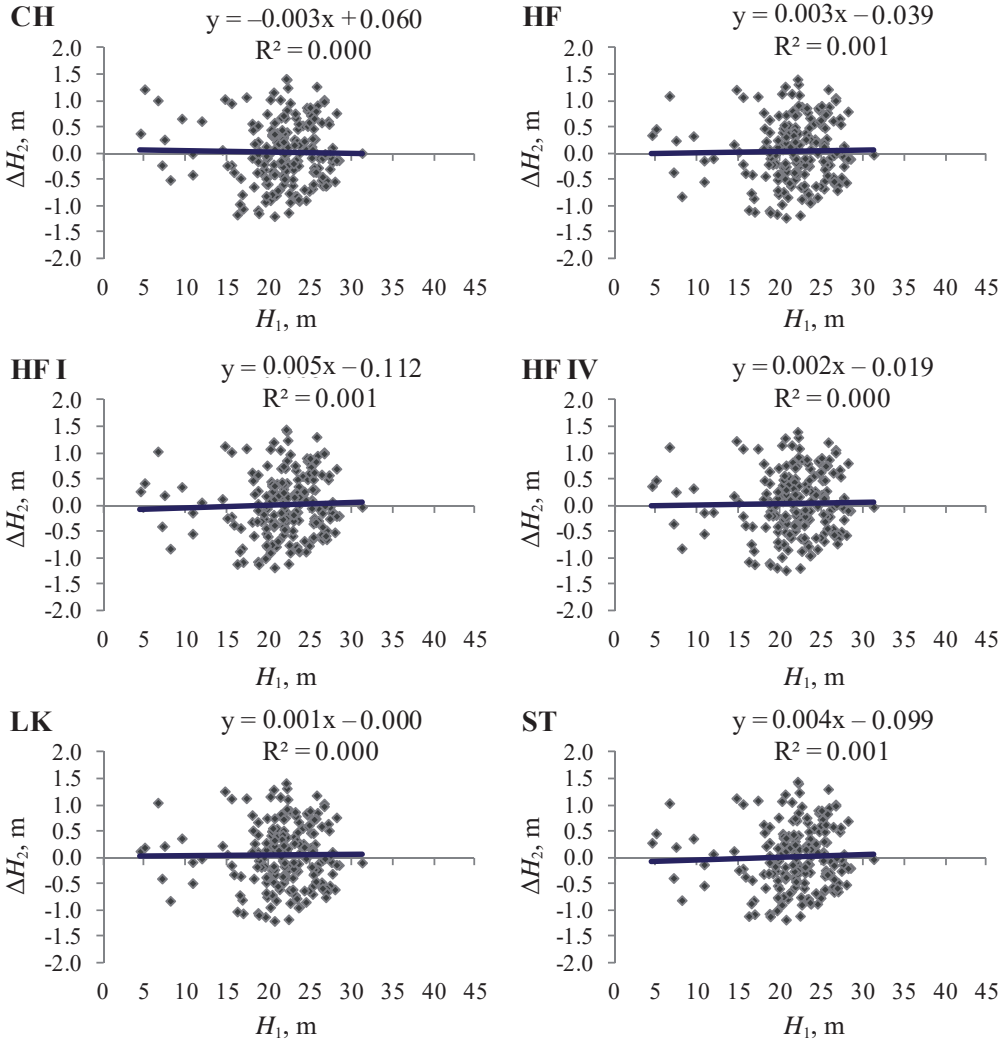
Modelis A	Modelis B					
	CR	HF	HF I	HF IV	LK	ST
CR	0.500	0.620	0.037	0.786	0.440	0.096
HF	0.380	0.500	0.023	0.692	0.325	0.061
HF I	0.963	0.977	0.500	0.990	0.953	0.734
HF IV	0.214	0.308	0.010	0.500	0.177	0.028
LK	0.560	0.675	0.047	0.823	0.500	0.119
ST	0.904	0.939	0.266	0.972	0.881	0.500

Aproksimētajam HF IV modelim mētrājā konstatētas būtiska ($\alpha = 0.05$) pozitīva lineāras sakarība ($R_{HF I} = 0.152 > R_{0.05;55} = 0.145$) starp augstuma novirzēm un krūšaugstuma vecumu, tomēr jāatzīmē, ka šī lineārā korelācija ir vāja. Pārējiem modeļiem nav konstatētas būtiskas lineāras sakarības starp augstuma novirzēm un krūšaugstuma vecumu (3.6. att.).



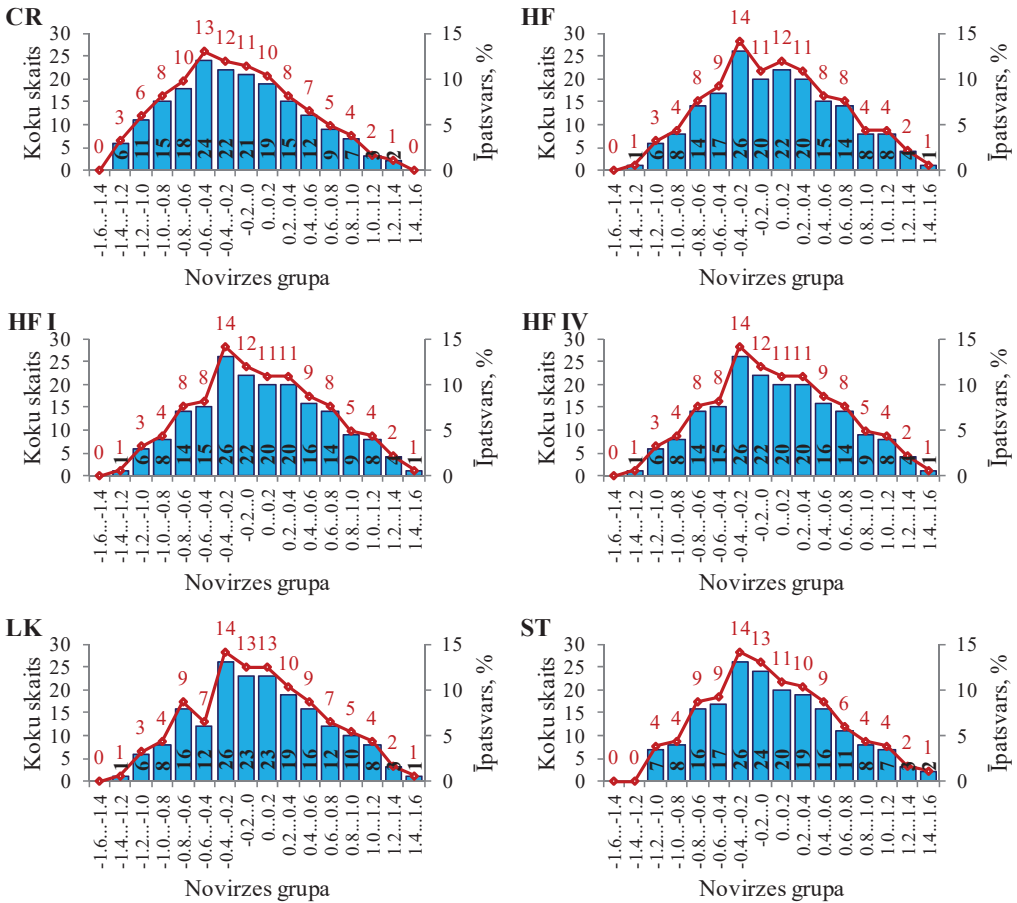
3.6. attēls. Priedes virsaugstuma starpības starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām (ΔH_2) atkarībā no sākotnējā krūšaugstuma vecuma ($A_{1.3}$) mētrājā.

Mētrājā nevienam no aproksimētajiem modeļiem nav konstatētas būtiskas ($\alpha = 0.05$) lineāras sakarības ($R_i < R_{0.05;184} = 0.145$) starp augstuma novirzēm (starpība starp uzmērīto un aproksimēto augstumu) un sākotnējo koku augstumu (3.7. att.).



3.7. attēls. Priedes virsaugstuma starpības starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām (ΔH_2) atkarībā no sākotnējā uzmērītā virsaugstuma (H_1) mētrājumā.

Visiem aproksimētajiem modeļiem 90–91 % koku prognozētais augstums atšķiras mazāk par 1 m, bet 65–67 % kokiem novirze ir mazāka par ± 0.60 m (3.8. att.).

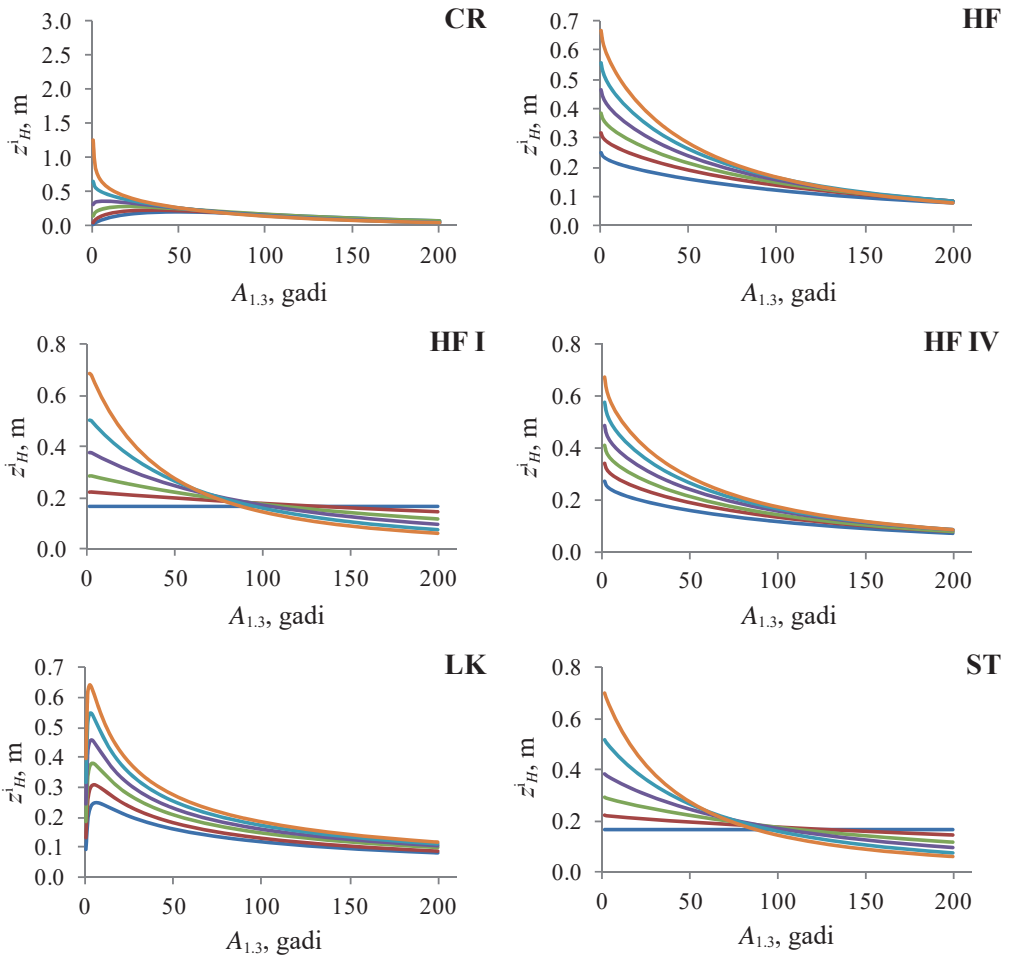


3.8. attēls. Koku skaits un īpatsvars atkarībā no novirzes (virsaugstuma starpības starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām) grupas mētrājā.

Datu analizē izmantoto krūšaugstuma vecuma virsaugstuma bonitāšu vērtību apgabalā ($A_{1.3} = 5...160$ gadi; $H_{100} = 18...33$ m) visi modeļi salīdzinoši precīzi (3.5. tab.) un loģiski (3.10. att.) raksturo priedes virsaugstuma augšanas gaitu mētrājā. Šajā vērtību apgabalā statistiski visprecīzāk virsaugstuma izmaiņas spēj raksturot aproksimētie HF I un ST virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļi.

Ekstrapolējot modeļu prognozēto augšanas gaitu lielākā vecumā un meža tipam neraksturīgi zemās un augstās bonitātēs visloģiskākās virsaugstuma izmaiņas tiek prognozētas ar aproksimētajiem CR, HF un HF IV modeļiem. Zemākās bonitātes audzēs aproksimētie HF I un ST modeļi prognozē bioloģiski nepamatotus un nelōģiski lielus augstuma pieaugumus vecākās audzēs (3.9. att.). Bet augstākās bonitātes audzēs

aproximētajām LK vienādojumam ir nepamatoti augsta asimptota un līdz ar to šīs vienādojums prognozē nepamatoti lielus augštuma pieaugumus vecākās audzēs.



3.9. attēls. Priedes virsausgštuma augšanas gaitas modeļu prognozētais tekošais ikgadējais augštuma pieaugums (z^i_H) atkarībā no krūsausgštuma vecuma ($A_{1.3}$) dažādās virsausgštuma bonitātēs mētrājā.

Augšanas gaita modelēta atkarībā no krūsausgštuma bāzes vecuma 100 gadi:

— $H_{100} = 18$ m, — $H_{100} = 21$ m, — $H_{100} = 24$ m, — $H_{100} = 27$ m, — $H_{100} = 30$ m, — $H_{100} = 33$ m.

Ņemot vērā spēju loģiski ekstrapolēt priedes virsausgsuma augšanas gaitu ārpus datu analizē izmantoto krūšaugstuma vecuma un virsausgsuma bonitāšu vērtību apgabala un vienādojumu statistiskos rādītājus, priedes virsausgsuma augšanas gaitas modelēšanā mētrājā ieteicams izmantot aproksimētos CR, HF un HF IV bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļus:

- Čapmana-Ričarda

$$H_2 = 1.3 + (H_1 - 1.3) \left(\frac{1 - \exp[-0.0105 \cdot A_2]}{1 - \exp[-0.0105 \cdot A_1]} \right)^{\left(-13.6783 + \frac{55.4266}{\chi}\right)}, \quad (59)$$

kur

$$\chi = \frac{1}{2} \cdot \left[\ln H_1 + 13.6783 \cdot \varphi + \sqrt{(\ln H_1 + 13.6783 \cdot \varphi)^2 - 4 \cdot 55.4266 \cdot \varphi} \right], \quad (59.1)$$

$$\varphi = \ln(1 - \exp[-0.0105 \cdot A_1]) \quad , \quad (59.2)$$

- Hosfelda

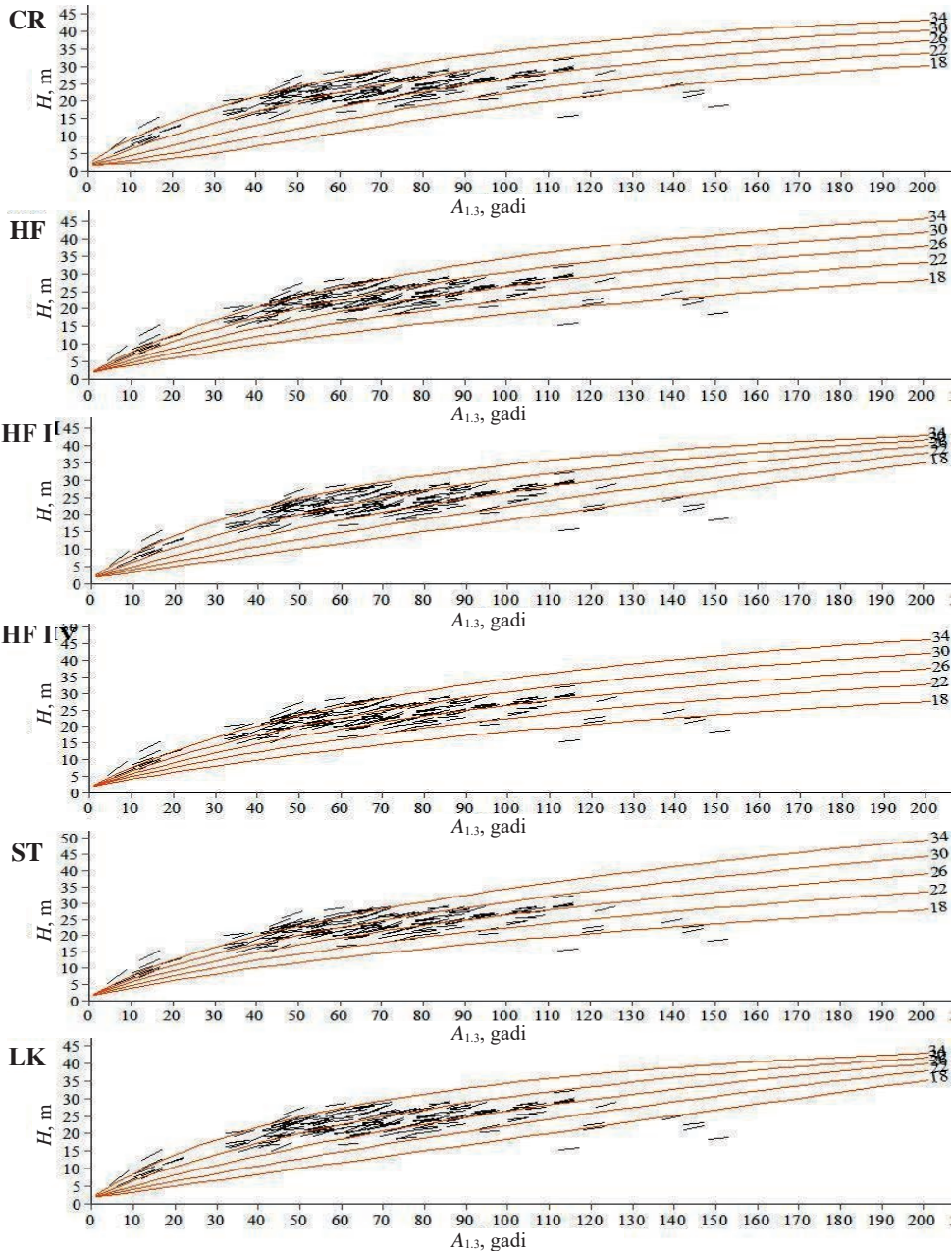
$$H_2 = 1.3 + \frac{68.9735 + \frac{H_1 - 68.9735}{1 + 6135.081 \cdot H_1 \cdot A_1^{-0.9702}}}{1 - 6135.081 \cdot \frac{H_1 - 68.9735}{1 + 6135.081 \cdot H_1 \cdot A_1^{-0.9702}} \cdot A_2^{-0.9702}}, \quad (60)$$

- Hosfelda IV

$$H_2 = 1.3 + \frac{A_2^{0.9613}}{-11.3768 + 919.499 \cdot \frac{A_1^{0.9613}}{H_1 - 1.3} + 11.3768 + \frac{A_1^{0.9613}}{H_1 - 1.3} + 11.3768} \cdot A_2^{0.9613}}, \quad (61)$$

kur A_1 – krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda sākumā, gadi;
 A_2 – krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda beigās, gadi;
 H_1 – vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, metri;
 H_2 – vidējais augstums aktualizācijas perioda beigās, metri.

Ieteiktie priedes virsausgsuma augšanas gaitas modeļi (CR, HF un HF IV) mētrājā var tikt izmantoti arī ārpus datu analizē izmantoto datu krūšaugstuma vecuma un virsausgsuma bonitāšu apgabala. Visus modeļus var lietot krūšaugstuma vecumā no 5–200 gadiem, un virsausgsuma bonitātēs no 15 līdz 36 metri.



3.10. attēls. Uzmērītās virsaugstuma (H) izmaiņas un ar GADA modeļiem aproksimētā virsaugstuma augšanas gaita atkarībā no krūšaugstuma vecuma ($A_{1,3}$) priedēm mētrājā. Augšanas gaita modelēta atkarībā no augstuma krūšaugstuma bāzes vecumā 100 gadi; augstumi bāzes vecumā 18, 22, 26, 30 un 34 m.

3.1.3. Lāns

Aproksimētas koeficientu vērtības CR (Čapmana-Ričardsa); HF (Hosfelda); HF I (Hosfelda I); HF IV (Hosfelda IV); LK (Lunkvista-Korfa) un ST (Štranda) bāzes funkciju vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļiem (43.–48. vienādojums; skat. 2.2. tab.) mežaudzes virsaugstuma augšanas gaitas raksturošanai priežu audzēs lānā (3.7. tab.).

3.7. Priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļu aproksimētās koeficientu vērtības un to statistiskie rādītāji lānā

Modelis	Koef.	Vērtība	Standart- klūda	95 % ticamības intervāls		95 % nogrieztais ticamības intervāls	
				Min.	Maks.	Min.	Maks.
CR	b_1	0.0146	0.0034	0.0078	0.0214	0.0079	0.0202
	b_2	-42.5565	14.0775	-70.7256	-14.3874	-65.9188	-11.4045
	b_3	162.5467	51.8667	58.7618	266.3317	46.2104	243.0298
HF	b_1	53.0974	5.6992	41.6933	64.5015	44.3331	71.5531
	b_2	-6227.415	112.504	-6452.536	-6002.294	-6634.924	-6227.411
	b_3	1.1575	0.0837	0.9901	1.3248	1.0350	1.3237
HF I	b_1	0.0220	0.0016	0.0188	0.0253	0.0180	0.0240
	b_2	-0.0041	0.0006	-0.0054	-0.0028	-0.0050	-0.0022
HF IV	b_1	1.0063	0.0718	0.8626	1.1500	0.8355	1.1266
	b_2	-17.3274	0.6065	-18.5411	-16.1137	-18.0403	-15.7184
	b_3	1219.872	102.992	1013.785	1425.958	1136.461	1545.458
LK	b_1	-147.189	8.228	-163.654	-130.724	-156.340	-121.293
	b_2	750.788	1.764	747.259	754.317	749.010	756.582
	b_3	0.3767	0.0528	0.2709	0.4824	0.2315	0.4592
ST	b_1	0.0646	0.0346	-0.0045	0.1338	0.0152	0.1471
	b_2	-0.0413	0.0055	-0.0522	-0.0303	-0.0486	-0.0295
	b_3	1.3688	0.2611	0.8464	1.8912	0.9075	1.9318

Starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām visiem modeļiem konstatētas ļoti ciešas korelācijas (visos gadījumos $R \geq 0.989$). Aproksimētajiem modeļiem prognozētā augstuma vidējā novirze ir robežās no 0 cm līdz 6 cm (3.8. tab.), pie tam visiem aproksimētajiem modeļiem vidējā novirze ir lielāka par nulli, tas nozīmē, ka modeļi prognozē sistemātiski piesardzīgākas nākošā perioda augstuma vērtības. Aproksimētajiem modeļiem prognozētā augstuma novirze ir mazāka par ± 0.24 %, bet variācijas koeficients mazāks par 2.45 %.

3.8. tabula. Aproximēto priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļu statistiskie rādītāji lānā ($N = 167$; $H_2 = 25.59$ m)

Modelis	MRES	MRES%	RMSE	RMSE%	MSE	R	AIC
CR	0.00	0.01	0.61	2.37	0.36	0.990	-165.68
HF	0.04	0.15	0.62	2.41	0.38	0.989	-158.82
HF I	0.01	0.05	0.60	2.36	0.36	0.990	-167.28
HF IV	0.06	0.24	0.63	2.45	0.39	0.989	-154.55
LK	0.05	0.18	0.62	2.41	0.38	0.989	-159.89
ST	0.00	0.00	0.60	2.34	0.36	0.990	-168.64

Apzīmējumi:

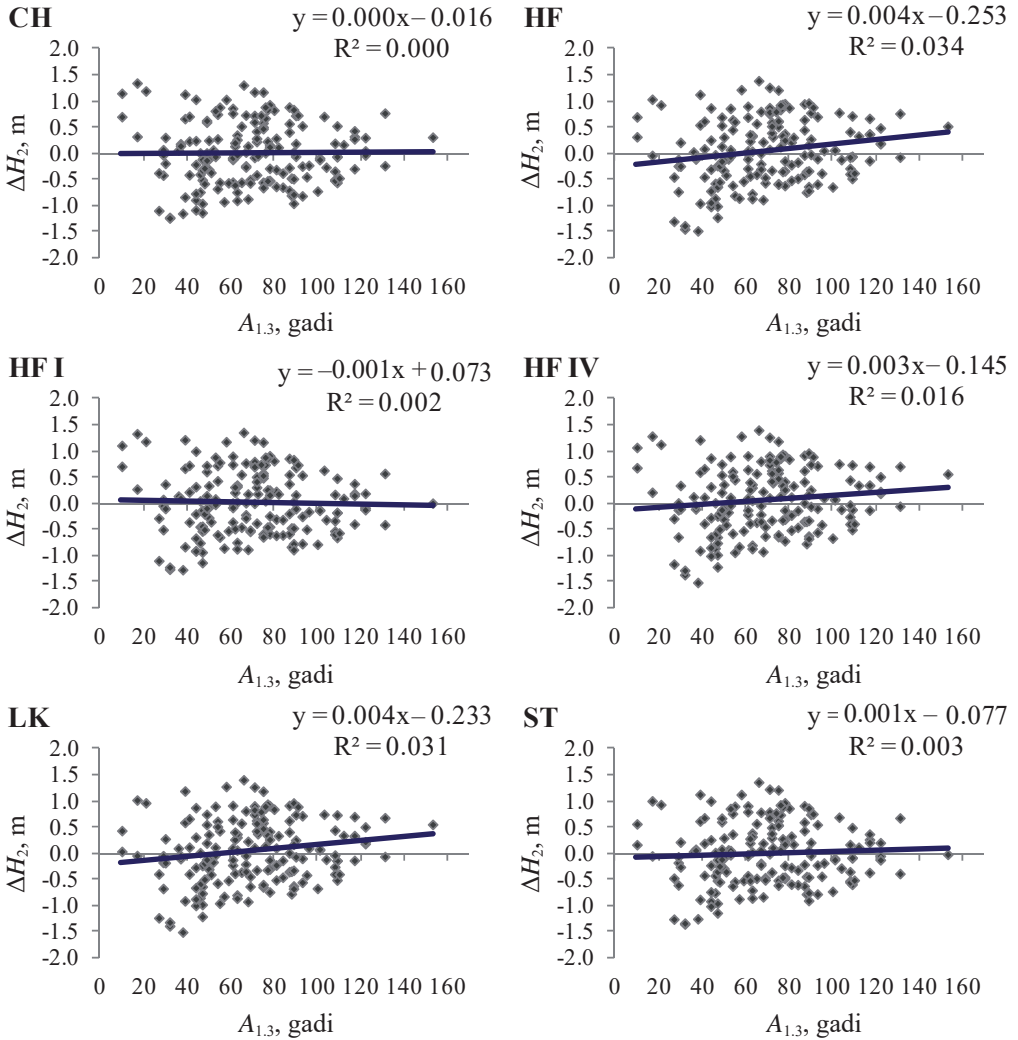
Modeļu statistiskie rādītāji: MRES – vidējā novirze, m; MRES% – procentuālā vidējā novirze, %; RMSE – standartnovirze, m; RMSE% – variācijas koeficients, %; MSE – vidējā kvadrātiskā kļūda, m; R – korelācijas koeficients; AIC – Akaikes informācijas kritērijs; N – analizē izmantoto koku skaits; H_2 – aritmētiski vidējais otrajā ciklā uzņēmtais koku augstums, m.

Viskorektāk priedes virsaugstuma augšanas gaitu lānā raksturo aproksimētie CR, HF I un ST modeļi, jo tiem ir zemākie Akaikes informācijas kritēriji, bet visaugstākais Akaikes informācijas kritērijs ir HF IV modelim (3.8. tab.). Aproximētajiem CR, HF I un ST modeļiem varbūtība pēc Akaikes informācijas indeksa, ka tie spēj korektāk prognozēt priedes virsaugstuma augšanas gaitas izmaiņas lānā nekā pārējie modeļi, ir no 0.947 līdz 0.999 (3.9. tab.), savukārt šis rādītājs HF IV modelim ir robežās no 0.001 līdz 0.106.

3.9. tabula. Aproximēti priedes virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļu svērtais Akaikes informācijas kritērijs lānā

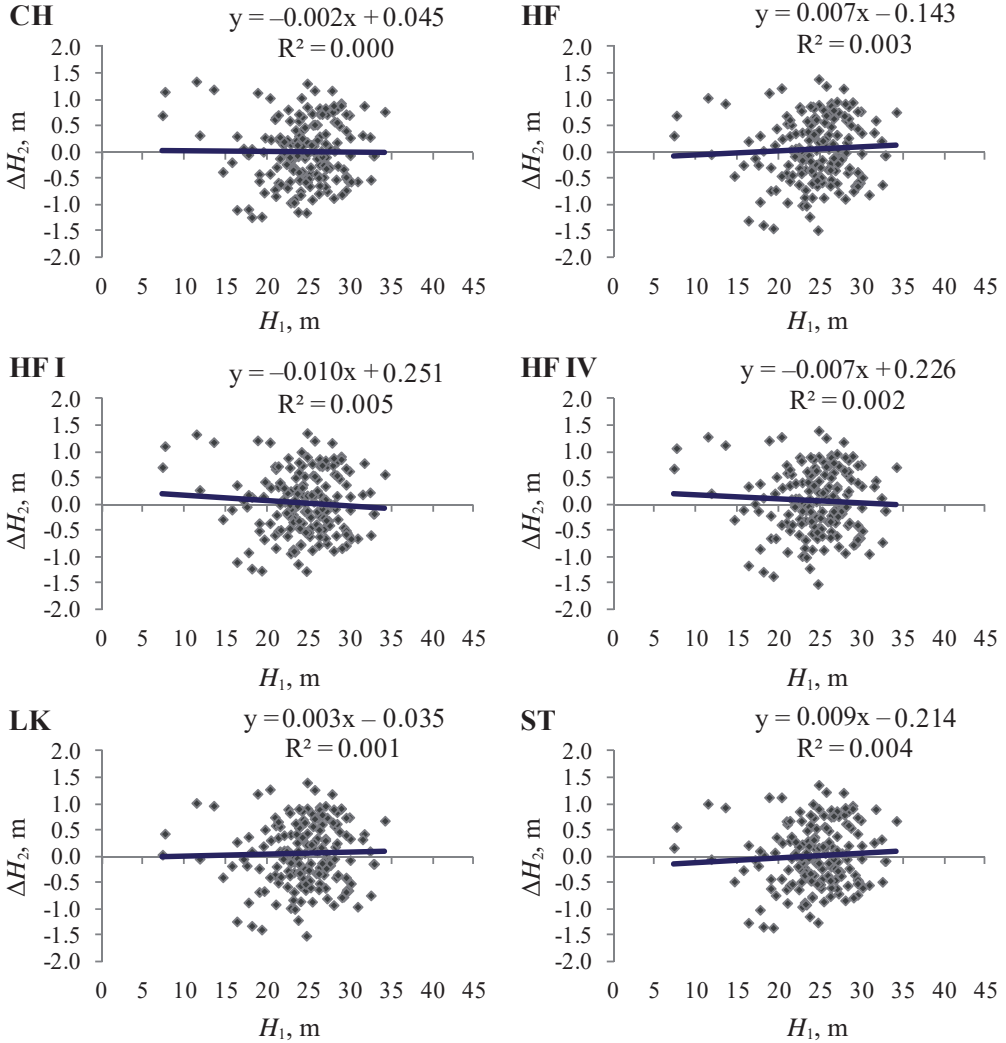
Modelis A	Modelis B					
	CR	HF	HF I	HF IV	LK	ST
CR	0.500	0.969	0.310	0.996	0.947	0.185
HF	0.031	0.500	0.014	0.894	0.369	0.007
HF I	0.690	0.986	0.500	0.998	0.976	0.336
HF IV	0.004	0.106	0.002	0.500	0.065	0.001
LK	0.053	0.631	0.024	0.935	0.500	0.012
ST	0.815	0.993	0.664	0.999	0.988	0.500

Lānā aproksimētajiem HF un LK modeļiem konstatētas būtiska ($\alpha = 0.05$) pozitīva lineāra sakarība ($R_{HF} = 0.183$ un $R_{LK} = 0.176 > R_{0.05;55} = 0.152$) starp augstuma novirzēm un krūšaugstuma vecumu, tomēr jāatzīmē, ka šīs lineārās korelācijas ir vājas. Pārējiem modeļiem nav konstatētas būtiskas lineāras sakarības starp augstuma novirzēm un krūšaugstuma vecumu (3.11. att.).



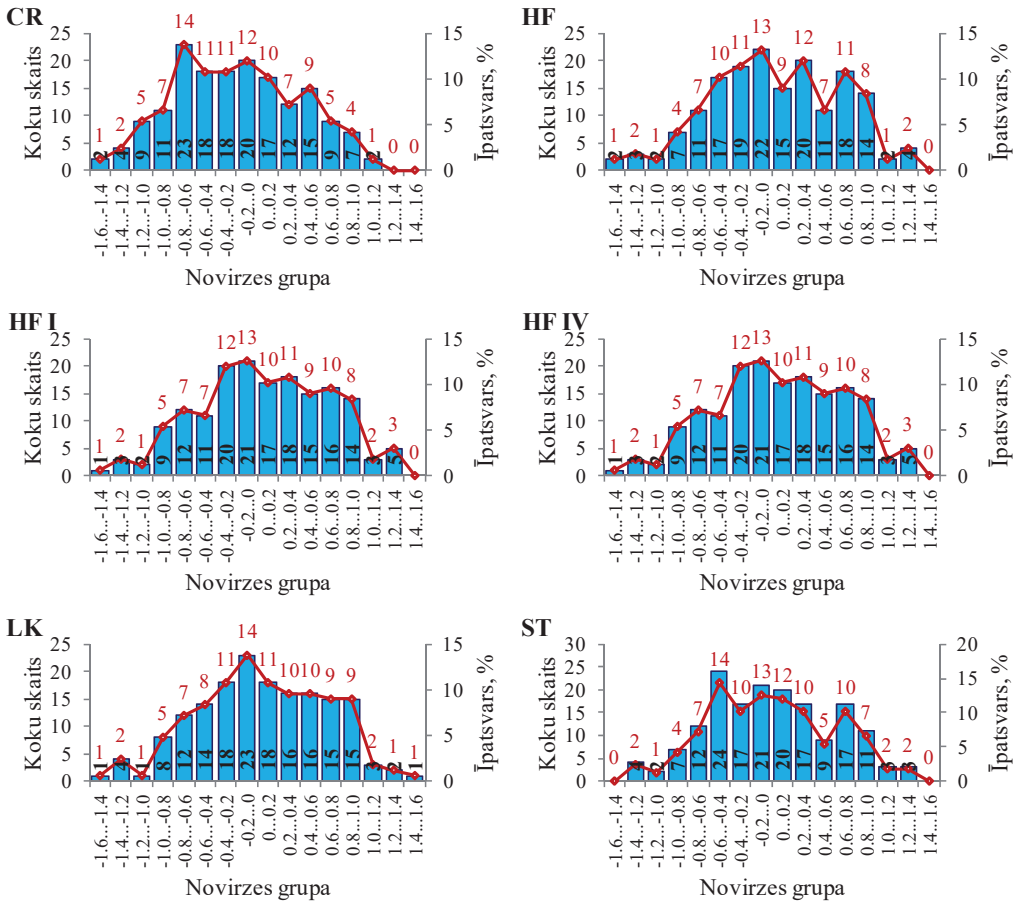
3.11. attēls. Priedes virsaugstuma starpības starp uzņēmītajām un apmēģinājām vērtībām (ΔH_2) atkarībā no sākotnējā krūšaugstuma vecuma ($A_{1.3}$) lānā.

Lānā nevienam no aproksimētajiem modeļiem nav konstatētas būtiskas ($\alpha = 0.05$) lineāras sakarības ($R_i < R_{0.05;184} = 0.152$) starp augstuma novirzēm (starpība starp uzmērīto un aproksimēto augstumu) un sākotnējo koku augstumu (3.12. att.).



3.12. attēls. Priedes virsaugstuma starpības starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām (ΔH_2) atkarībā no sākotnējā uzmērītā virsaugstuma (H_1) lānā.

Visiem aproksimētajiem modeļiem 91–93 % koku prognozētais augstums atšķiras mazāk par 1 m, bet 62–66 % kokiem novirze ir mazāka par ± 0.60 m (3.13. att.).

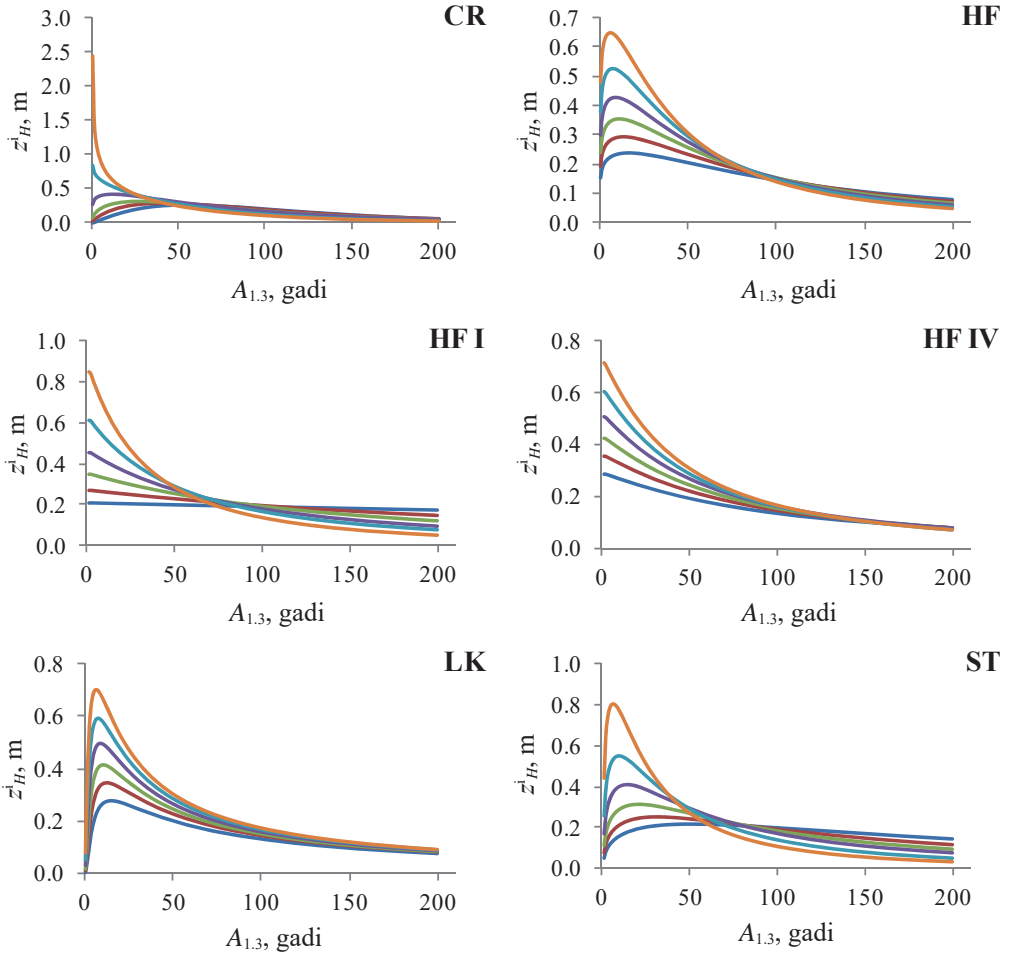


3.13. attēls. Koku skaits un īpatsvars atkarībā no novirzes (virsaugstuma starpības starp uzņēmītajām un aproksimētajām vērtībām) grupas lānā.

Datu analizē izmantoto krūšaugstuma vecuma virsaugstuma bonitāšu vērtību apgabalā ($A_{1,3} = 5...160$ gadi; $H_{100} = 21...36$ m) visi modeļi salīdzinoši precīzi (3.8. tab.) un loģiski (3.15. att.) raksturo priedes virsaugstuma augšanas gaitu lānā. Šajā vērtību apgabalā statistiski visprecīzāk virsaugstuma izmaiņas spēj raksturot aproksimētie CR, HF I un ST virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļi.

Ekstrapolējot modeļu prognozēto augšanas gaitu lielākā vecumā un meža tipam neraksturīgi zemās un augstās bonitātēs visloģiskākās virsaugstuma izmaiņas tiek prognozētas ar aproksimētajiem HF un HF IV vienādojumiem. Zemākās bonitātes audzēs aproksimētie HF I un ST vienādojumi prognozē bioloģiski nepamatotus un nelōģiski lielus augstuma pieaugumus vecākās audzēs, bet aproksimētais CR vienādojums prognozē

bioloģiski nepamatoti mazus pieaugumus mazākā vecumā (3.14. att.). Bet augstākās bonitātes audzēs aproksimētajām LK vienādojumam ir nepamatoti augsta asimptota, līdz ar to šis vienādojums prognozē nepamatoti lielus augstuma pieaugumus vecākās audzēs.



3.14. attēls. Priedes viršaugstuma augšanas gaitas modeļu prognozētais tekošais ikgadējais augstuma pieaugums ($z_{H_i}^i$) atkarībā no krūšaugstuma vecuma ($A_{1.3}$) dažādās viršaugstuma bonitātēs lānā.

Augšanas gaita modelēta atkarībā no krūšaugstuma bāzes vecuma 100 gadi:

— $H_{100} = 21$ m, — $H_{100} = 24$ m, — $H_{100} = 27$ m, — $H_{100} = 30$ m, — $H_{100} = 33$ m, — $H_{100} = 36$ m.

Ņemot vērā spēju loģiski ekstrapolēt priedes virsaugstuma augšanas gaitu ārpus datu analīzē izmantotā krūšaugstuma vecuma un virsaugstuma bonitāšu vērtību apgabala, kā arī ņemot vērā vienādojumu statistiskos rādītājus, priedes virsaugstuma augšanas gaitas modelēšanā lānā ieteicams izmantot aproksimētos Hoffelda vai Hoffelda IV bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļus:

- Hoffelda

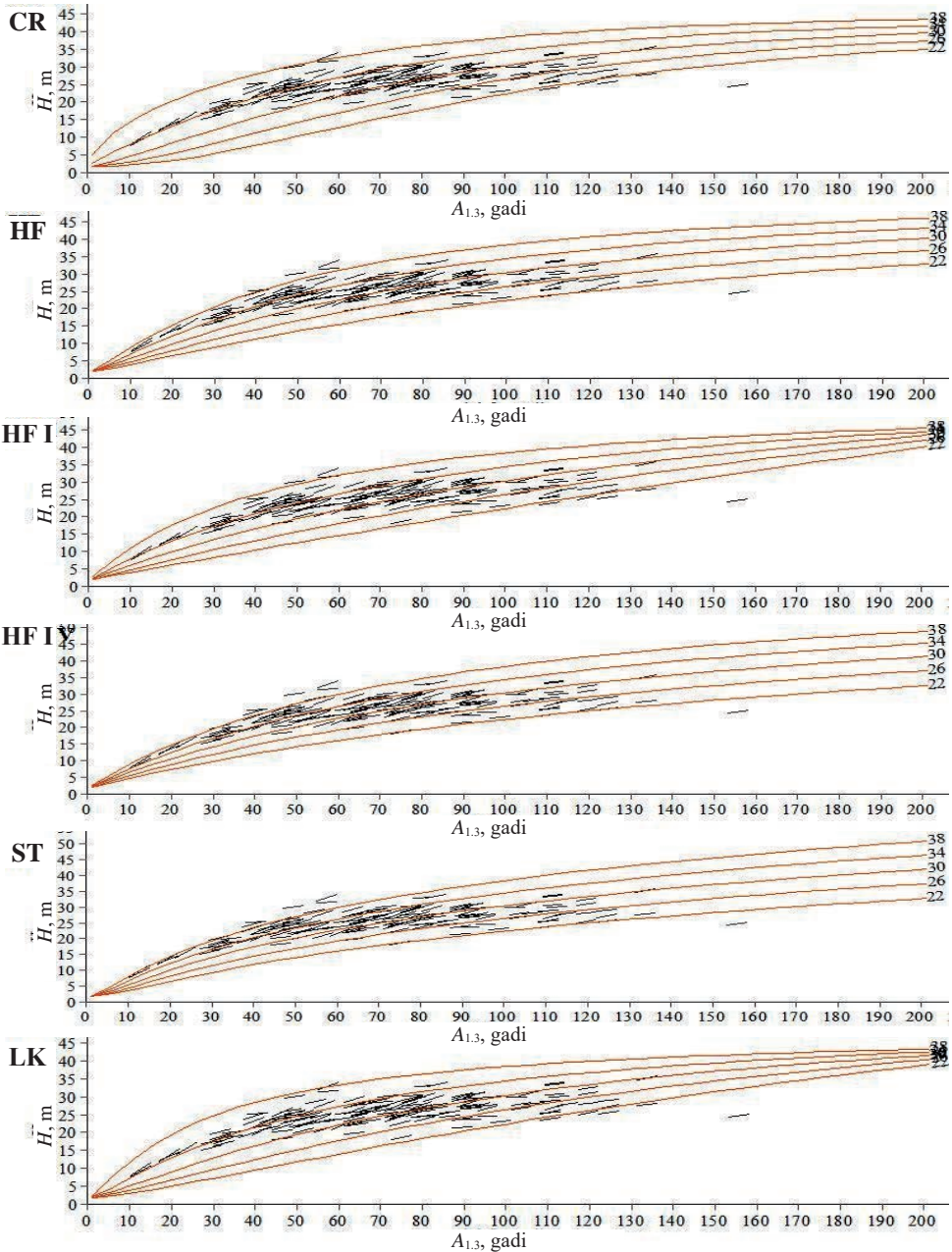
$$H_2 = 1.3 + \frac{53.0974 + \frac{H_1 - 53.0974}{1 + 6227.415 \cdot H_1 \cdot A_1^{-1.1575}}}{1 - 6227.415 \cdot \frac{H_1 - 53.0974}{1 + 6227.415 \cdot H_1 \cdot A_1^{-1.1575}} \cdot A_2^{-1.1575}}, \quad (62)$$

- Hoffelda IV

$$H_2 = 1.3 + \frac{A_2^{1.0063}}{-17.3274 + 1219.872 \cdot \frac{A_1^{1.0063}}{H_1 - 1.3} + 17.3274 + \frac{A_1^{1.0063}}{H_1 - 1.3} + 17.3274}{1219.872 + A_1^{1.0063} + 1219.872 + A_1^{1.0063}} \cdot A_2^{1.0063}, \quad (63)$$

kur A_1 – krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda sākumā, gadi;
 A_2 – krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda beigās, gadi;
 H_1 – vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, metri;
 H_2 – vidējais augstums aktualizācijas perioda beigās, metri.

Ieteiktie priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļi (HF un HF IV) lānā var tikt izmantoti arī ārpus datu analīzē izmantoto datu krūšaugstuma vecuma un virsaugstuma bonitāšu apgabala. Visus modeļus var lietot krūšaugstuma vecumā no 5–200 gadiem, un virsaugstuma bonitātēs no 18 līdz 39 metri.



3.15. attēls. Uzmērītās virsaugstuma (H) izmaiņas un ar GADA modeļiem aproksimētā virsaugstuma augšanas gaita atkarībā no krūšaugstuma vecuma ($A_{1.3}$) priedēm lānā. Augšanas gaita modelēta atkarībā no augstuma krūšaugstuma bāzes vecumā 100 gadi; augstumi bāzes vecumā 22, 26, 30, 34 un 38 m.

3.1.3. Damaksnis

Aproksimētas koeficientu vērtības CR (Čapmana-Ričardsa), HF (Hosfelda), HF I (Hosfelda I), HF IV (Hosfelda IV), LK (Lunkvista-Korfa) un ST (Štranda) bāzes funkciju vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļiem (43.–48. vienādojums; skat. 2.2. tab.) mežaudzes virsaugstuma augšanas gaitas raksturošanai prieku audzēs damaksnī (3.10. tab.).

3.10. Priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļu aproksimētās koeficientu vērtības un to statistiskie rādītāji damaksnī

Modelis	Koef.	Vērtība	Standart- klūda	95 % ticamības intervāls		95 % nogrieztais ticamības intervāls	
				Min.	Maks.	Min.	Maks.
CR	b_1	0.0152	0.0035	0.0082	0.0222	0.0090	0.0240
	b_2	-30.1575	15.1711	-60.5147	0.1998	-67.2892	-10.4153
	b_3	116.0617	55.4966	5.0132	227.1102	44.1144	249.0535
HF	b_1	53.1318	3.7194	45.6894	60.5742	45.9832	68.0222
	b_2	-6102.244	47.945	-6198.182	-6006.306	-6296.175	-6102.243
	b_3	1.1092	0.0717	0.9657	1.2528	0.9744	1.3188
HF I	b_1	0.0221	0.0013	0.0194	0.0248	0.0191	0.0241
	b_2	-0.0038	0.0007	-0.0053	-0.0024	-0.0048	-0.0024
HF IV	b_1	1.0040	0.0494	0.9051	1.1029	0.8360	1.0451
	b_2	-11.2449	0.2143	-11.6738	-10.8160	-11.2477	-10.5516
	b_3	753.444	40.244	672.915	833.972	753.062	876.697
LK	b_1	-155.388	11.605	-178.610	-132.167	-166.751	-104.793
	b_2	749.563	2.561	744.439	754.687	747.453	760.708
	b_3	0.4185	0.0716	0.2752	0.5618	0.1820	0.5557
ST	b_1	0.0529	0.0509	-0.0489	0.1547	0.0128	0.2071
	b_2	-0.0383	0.0078	-0.0539	-0.0227	-0.0491	-0.0178
	b_3	1.2846	0.3833	0.5176	2.0516	0.9117	2.3346

Visiem modeļiem starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām konstatētas ļoti ciešas korelācijas (visos gadījumos $R \geq 0.986$). Aproksimētajiem modeļiem prognozētā augstuma vidējā novirze ir robežās no 0 līdz 6 cm (3.11. tab.), pie tam visiem aproksimētajiem modeļiem vidējā novirze ir pozitīva. Tas nozīmē, ka modeļi prognozē sistemātiski piesardzīgākas nākošā perioda augstuma vērtības. Visiem aproksimētajiem modeļiem prognozētā augstuma novirze ir mazāka par ± 0.14 %, bet variācijas koeficients mazāks par 2.28 %.

3.11. tabula. Aproximēto priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļu statistiskie rādītāji damaksnī ($N = 266$; $H_2 = 27.96$ m)

Modelis	MRES	MRES%	RMSE	RMSE%	MSE	R	AIC
CR	0.00	0.01	0.62	2.21	0.38	0.987	-254.09
HF	0.03	0.11	0.63	2.26	0.40	0.986	-243.14
HF I	0.01	0.03	0.62	2.22	0.38	0.987	-252.73
HF IV	0.04	0.14	0.64	2.28	0.40	0.986	-238.28
LK	0.04	0.13	0.63	2.26	0.40	0.986	-241.59
ST	0.00	0.01	0.62	2.22	0.38	0.987	-252.08

Apzīmējumi:

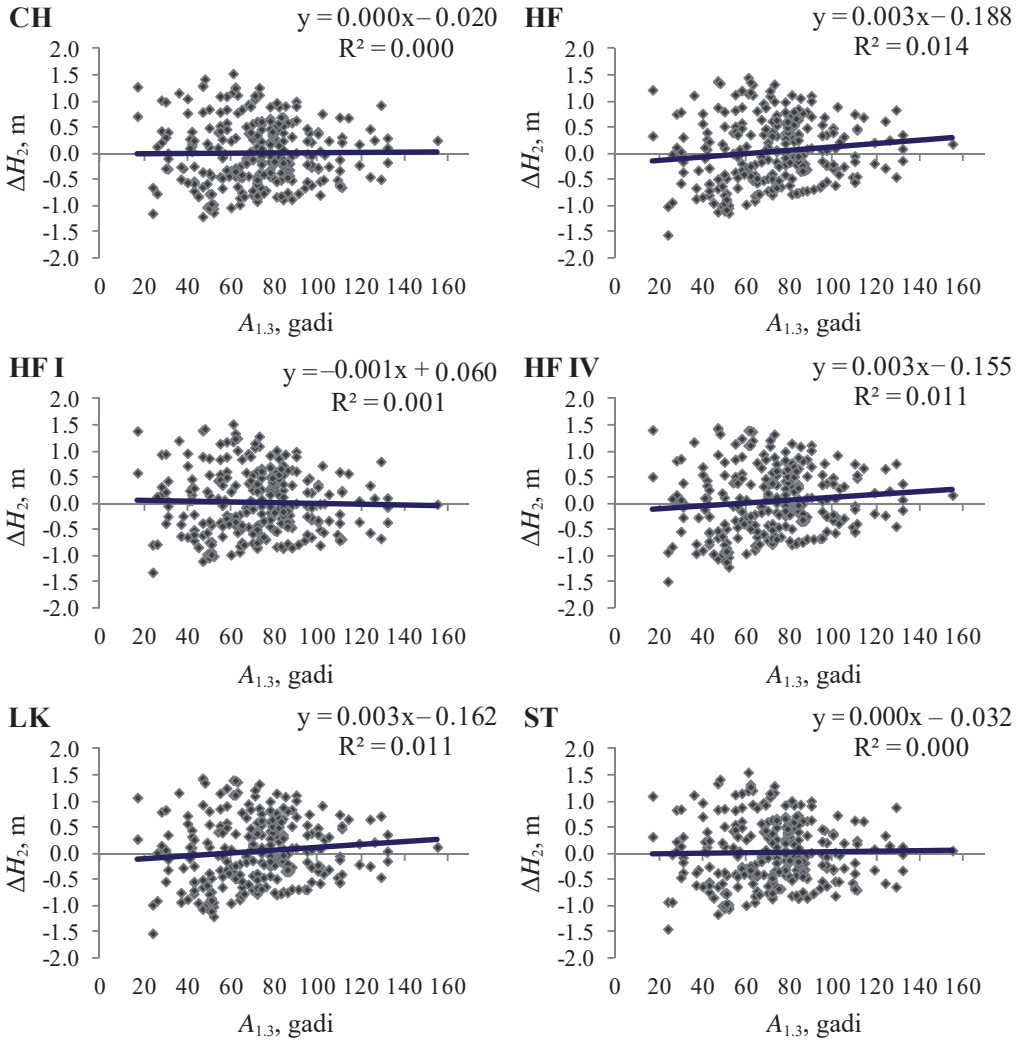
Modeļu statistiskie rādītāji: MRES – vidējā novirze, m; MRES% – procentuālā vidējā novirze, %; RMSE – standartnovirze, m; RMSE% – variācijas koeficients, %; MSE – vidējā kvadrātiskā kļūda, m; R – korelācijas koeficients; AIC – Akaikes informācijas kritērijs; N – analizē izmantoto koku skaits; H_2 – aritmētiski vidējais otrajā ciklā uzmērītais koku augstums, m.

Viskorektāk priedes virsaugstuma augšanas gaitu damaksnī raksturo aproksimētie CR, HF I un ST modeļi, jo tiem ir zemākie Akaikes informācijas kritēriji, bet visaugstākais Akaikes informācijas kritērijs ir HF IV modelim (3.11. tab.). CR, HF I un ST modeļiem varbūtība pēc Akaikes informācijas indeksa, ka tie spēj korektāk prognozēt priedes virsaugstuma augšanas gaitas izmaiņas damaksnī nekā pārējie modeļi, ir no 0.930 līdz 1.000 (3.8. tab.), savukārt šis rādītājs HF IV modelim ir 0.000–0.116.

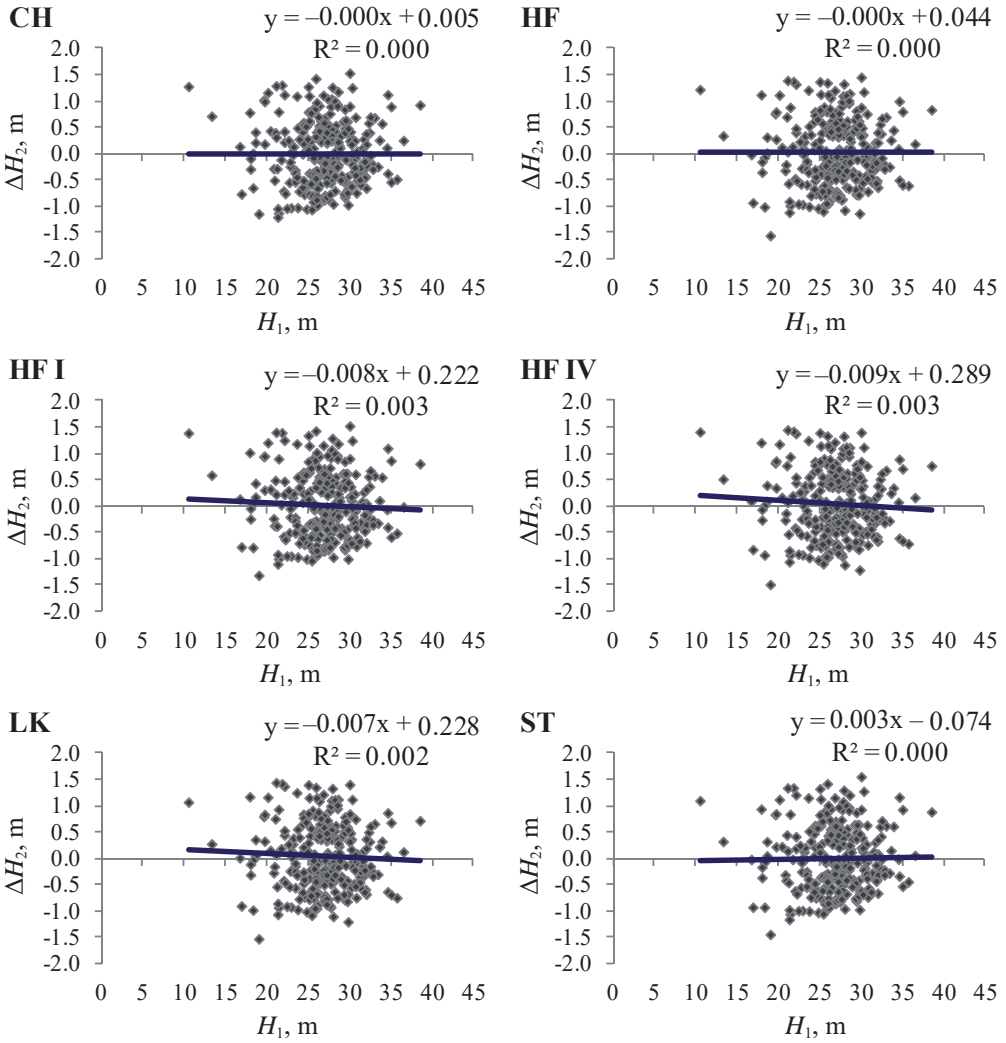
3.12. tabula. Aproximēti priedes virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļu svērtais Akaikes informācijas kritērijs damaksnī

Modelis A	Modelis B					
	CR	HF	HF I	HF IV	LK	ST
CR	0.500	1.000	0.045	1.000	1.000	0.070
HF	0.000	0.500	0.000	0.991	0.933	0.000
HF I	0.955	1.000	0.500	1.000	1.000	0.615
HF IV	0.000	0.009	0.000	0.500	0.116	0.000
LK	0.000	0.067	0.000	0.884	0.500	0.000
ST	0.930	1.000	0.385	1.000	1.000	0.500

Damaksnī nevienam no aproksimētajiem modeļiem nav konstatētas būtiskas ($\alpha = 0.05$) lineāras sakarības ($R_i < R_{0.05;266} = 0.120$) starp augstuma novirzēm (starpība starp uzmērīto un aproksimēto augstumu) un krūšaugstuma vecumu (3.16. att.), kā arī starp augstuma novirzēm un sākotnējo koku augstumu (3.17. att.).

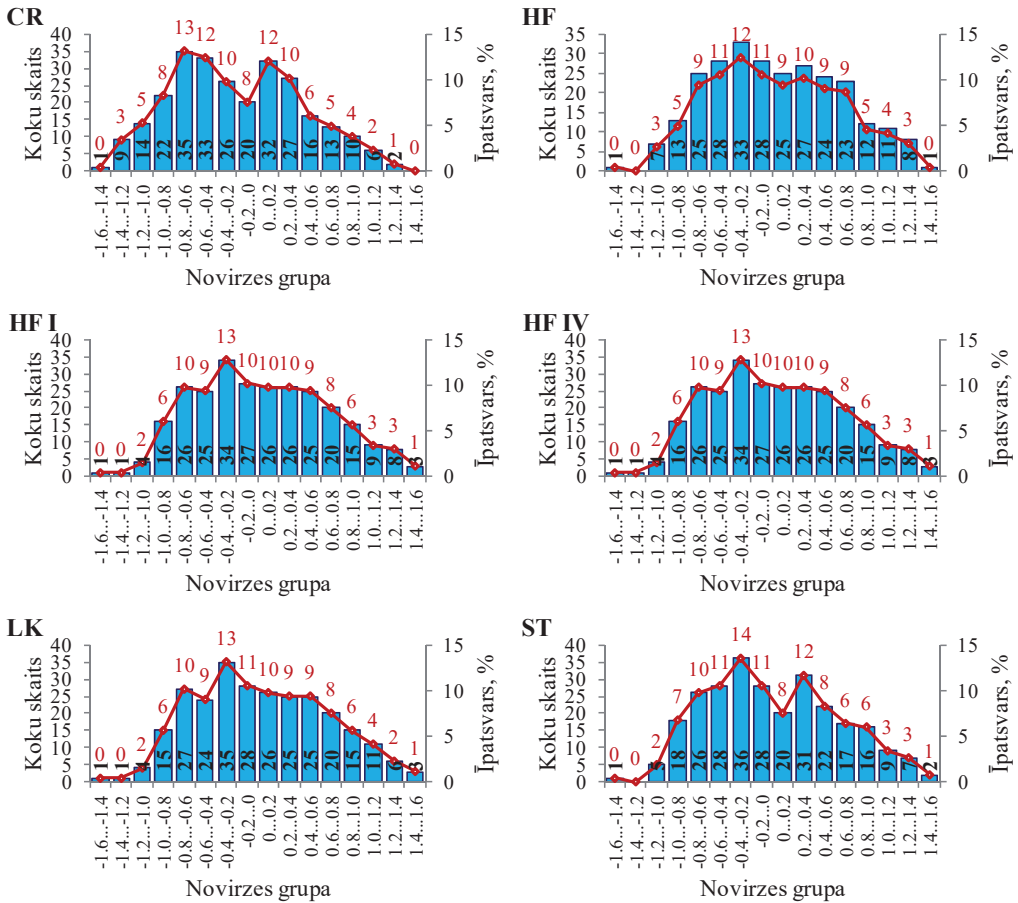


3.16. attēls. Priedes virsaugstuma starpības starp uzņēmējām un apmēģinājām vērtībām (ΔH_2) atkarībā no sākotnējā krūšaugstuma vecuma ($A_{1.3}$) diametrā.



3.17. attēls. Priedes virsausgustuma starpības starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām (ΔH_2) atkarībā no sākotnējā uzmērītā virsausgustuma (H_1) damaksnī.

Visiem aproksimētajiem modeļiem 89–92 % koku prognozētais augstums atšķiras mazāk par 1 m, bet 62–65 % kokiem novirze ir mazāka par ± 0.60 m (3.18. att.).

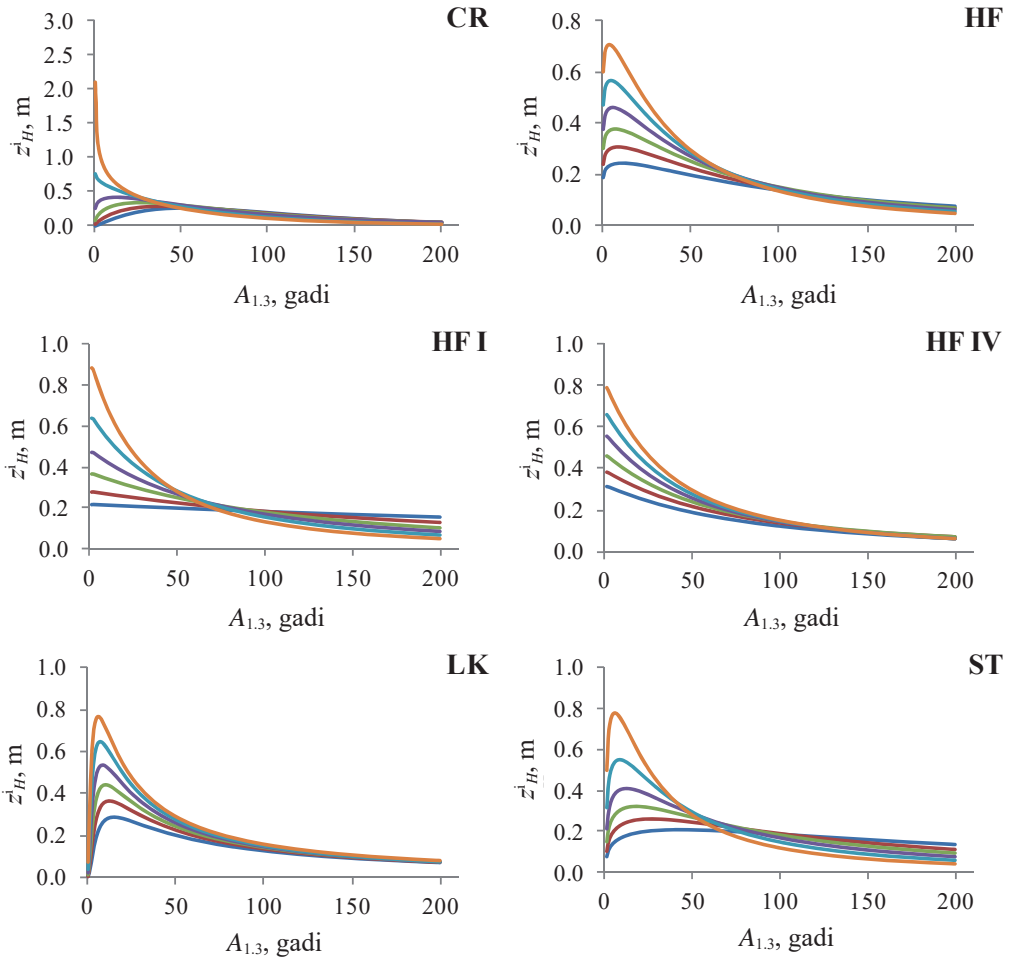


3.18. attēls. Koku skaits un īpatsvars atkarībā no novirzes (virsaugstuma starpības starp uzņēmējām un aproksimētajām vērtībām) grupas damaksnī.

Datu analizē izmantoto krūšaugstuma vecuma virsaugstuma bonitāšu vērtību apgabalā ($A_{1,3} = 5...160$ gadi; $H_{100} = 24...39$ m) visi modeļi salīdzinoši precīzi (3.11. tab.) un loģiski (3.20. att.) raksturo priedes virsaugstuma augšanas gaitu damaksnī. Šajā vērtību apgabalā statistiski visprecīzāk virsaugstuma izmaiņas spēj raksturot aproksimētie CR, HF I un ST virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļi.

Ekstrapolējot modeļu prognozēto augšanas gaitu lielākā vecumā un meža tipam neraksturīgi zemās un augstās bonitātēs visloģiskākās virsaugstuma izmaiņas tiek prognozētas ar aproksimētajiem HF un HF IV vienādojumiem. Zemākās bonitātes audzēs aproksimētie HF I un ST vienādojumi prognozē neloģiski lielus augstuma pieaugumus vecākās audzēs, bet aproksimētais CR vienādojums prognozē bioloģiski nepamatoti

mazus pieaugumus mazākā vecumā (3.19. att.). Bet augstākās bonitātes audzēs aproksimētajām LK vienādojumam ir nepamatoti augsta asimptota. Līdz ar to šis vienādojums prognozē nepamatoti lielus augstuma pieaugumus vecākās audzēs, bet aproksimētais CR vienādojums prognozē bioloģiski nepamatoti lielus pieaugumus mazākā vecumā.



3.19. attēls. Priedes virsausgsuma augšanas gaitas modeļu prognozētais tekošais ikgadējais augstuma pieaugums (z'_H) atkarībā no krūsausgsuma vecuma ($A_{1.3}$) dažādās virsausgsuma bonitātēs damaksnī.

Augšanas gaita modelēta atkarībā no krūsausgsuma bāzes vecuma 100 gadi:

— $H_{100} = 21$ m, — $H_{100} = 24$ m, — $H_{100} = 27$ m, — $H_{100} = 30$ m, — $H_{100} = 33$ m, — $H_{100} = 36$ m.

Ņemot vērā spēju loģiski ekstrapolēt priedes virsaugstuma augšanas gaitu ārpus datu analīzē izmantotā krūšaugstuma vecuma un virsaugstuma bonitāšu vērtību apgabala, kā arī ņemot vērā vienādojumu statistiskos rādītājus, priedes virsaugstuma augšanas gaitas modelēšanā damaksnī ieteicams izmantot aproksimētos Hoffelda vai Hoffelda IV bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļus:

- Hoffelda

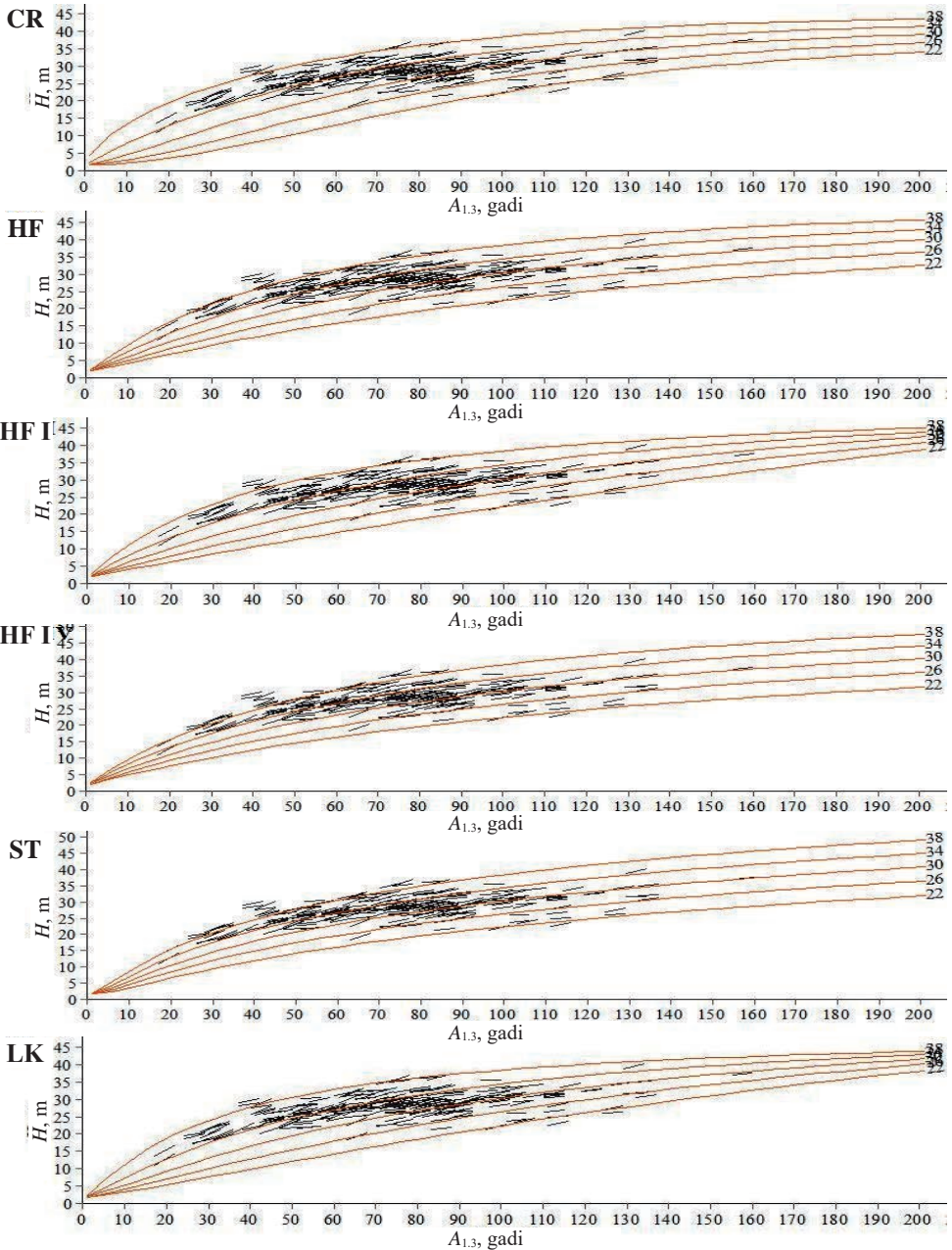
$$H_2 = 1.3 + \frac{53.1318 + \frac{H_1 - 53.1318}{1 + 6102.244 \cdot H_1 \cdot A_1^{-1.1092}}}{1 - 6102.244 \cdot \frac{H_1 - 53.1318}{1 + 6102.244 \cdot H_1 \cdot A_1^{-1.1092}} \cdot A_2^{-1.1092}}, \quad (64)$$

- Hoffelda IV

$$H_2 = 1.3 + \frac{A_2^{1.0040}}{-11.2449 + 753.444 \cdot \frac{A_1^{1.0040}}{H_1 - 1.3} + 11.2449 + \frac{A_1^{1.0040}}{H_1 - 1.3} + 11.2449} + \frac{A_1^{1.0040}}{753.444 + A_1^{1.0040}} + \frac{A_1^{1.0040}}{753.444 + A_1^{1.0040}} \cdot A_2^{1.0040}}, \quad (65)$$

kur A_1 – krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda sākumā, gadi;
 A_2 – krūšaugstuma vecums aktualizācijas perioda beigās, gadi;
 H_1 – vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, metri;
 H_2 – vidējais augstums aktualizācijas perioda beigās, metri.

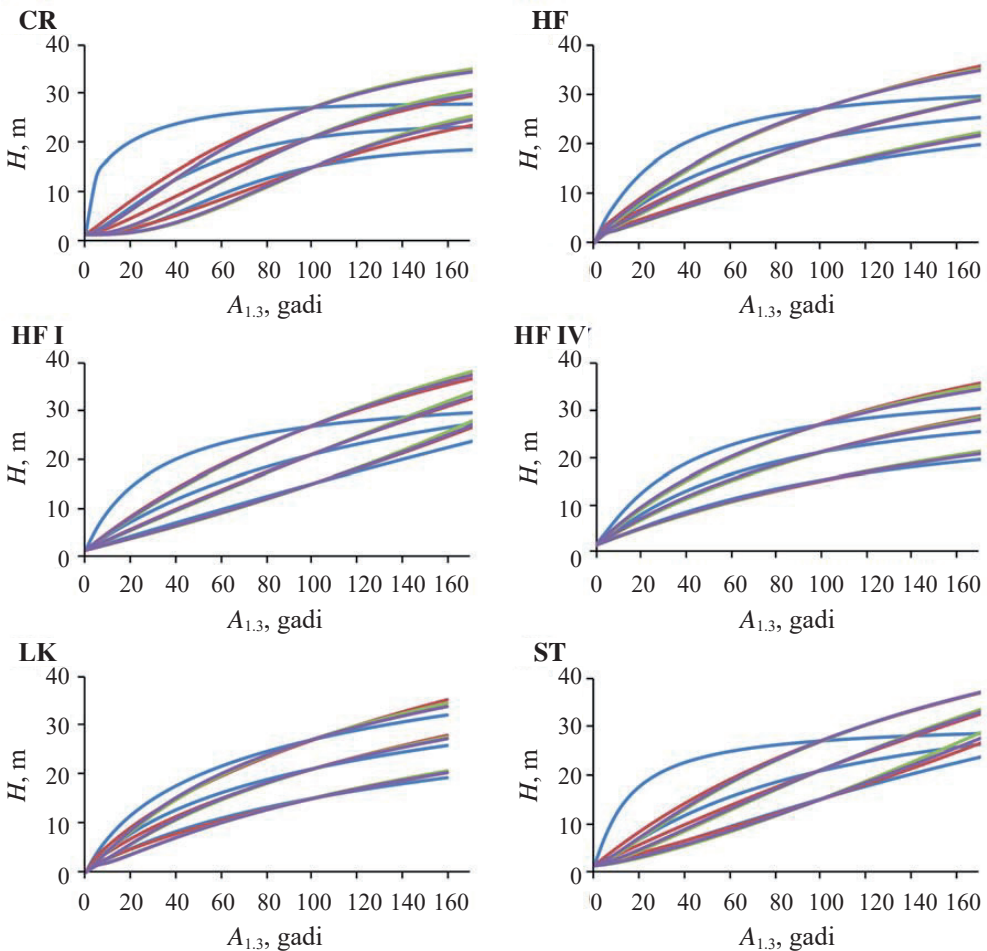
Ieteiktie priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļi (HF un HF IV) damaksnī var tikt izmantoti arī ārpus datu analīzē izmantoto datu krūšaugstuma vecuma un virsaugstuma bonitāšu apgabala. Visus modeļus var lietot krūšaugstuma vecumā no 5–200 gadiem, un virsaugstuma bonitātēs no 18 līdz 39 metriem.



3.20. attēls. Uzmērītās virsaugstuma (H) izmaiņas un ar GADA modeļiem aproksimētā virsaugstuma augšanas gaita atkarībā no krūsaugstuma vecuma ($A_{1.3}$) priedēm damaksnī. Augšanas gaita modelēta atkarībā no augstuma krūsaugstuma bāzes vecumā 100 gadi; augstumi bāzes vecumā 22, 26, 30, 34 un 38 m.

3.2. Izstrādāto parastās priedes virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļu savstarpējs salīdzinājums

Salīdzinot aproksimētās augšanas gaitas līknes dažādos meža tipos, konstatēts, ka mētrājā, lānā un damaksnī visiem modeļiem pie vienādas virsaugstuma bonitātes ir līdzīgas līknes. Bet prognozētās augšanas gaitas līknes modeļiem, kas izstrādāti virsaugstuma augšanas gaitas raksturošanai silā, ievērojami atšķiras no pārējo meža tipa modeļiem (3.21. att.).



3.21. attēls. Ar GADA modeļiem aproksimētā virsaugstuma (H) augšanas gaita priedēm sausieņu meža tipos atkarībā no krūšaugstuma vecuma ($A_{1.3}$).

— sils, — mētrājs, — lāns, — damaksnis;
 augšanas gaita modelēta atkarībā no krūšaugstuma bāzes vecuma 100 gadi;
 augstums bāzes vecumā 15, 21 un 27 m.

Tā kā mētrājā, lānā un damaksnī augšanas gaita ir līdzīga, aproksimētas koeficientu vērtības sešiem dažādiem vienādojumiem (43.–48. vienādojums; skat. 2.2. tab.) mežaudzes virsaugstuma augšanas gaitas raksturošanai priežu audzēs mētrājā, lānā un damaksnī (3.13. tab.).

3.13. Apvienoto priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļu aproksimētās koeficientu vērtības un to statistiskie rādītāji mētrājā, lānā un damaksnī

Modelis	Koef.	Vērtība	Standart- klūda	95 % ticamības intervāls		95 % nogrieztais ticamības intervāls	
				Min.	Maks.	Min.	Maks.
CR	b_1	0.0123	0.0014	0.0095	0.0151	0.0100	0.0153
	b_2	-21.0854	9.4636	-40.0221	-2.1487	-37.9850	-9.5640
	b_3	83.1555	35.3913	12.3376	153.9734	39.6548	147.1125
HF	b_1	57.1072	2.6792	51.7462	62.4681	56.9467	68.2183
	b_2	-6111.539	40.728	-6193.037	-6030.042	-6258.683	-6111.539
	b_3	1.0614	0.0311	0.9992	1.1236	0.9567	1.1173
HF I	b_1	0.0221	0.0007	0.0207	0.0235	0.0204	0.0235
	b_2	-0.0038	0.0003	-0.0044	-0.0033	-0.0043	-0.0031
HF IV	b_1	1.0426	0.0179	1.0068	1.0784	0.9845	1.0523
	b_2	-17.0588	0.1136	-17.2862	-16.8314	-17.0605	-16.4908
	b_3	1080.620	23.798	1033.000	1128.241	1080.353	1199.526
LK	b_1	-137.787	4.602	-146.996	-128.579	-146.905	-122.681
	b_2	760.351	0.887	758.577	762.125	759.233	763.428
	b_3	0.2926	0.0248	0.2430	0.3422	0.2282	0.3330
ST	b_1	0.0299	0.0095	0.0109	0.0489	0.0158	0.0565
	b_2	-0.0380	0.0049	-0.0477	-0.0282	-0.0452	-0.0231
	b_3	1.0817	0.0911	0.8995	1.2640	0.9087	1.2971

Visiem modeļiem starp uzņēmējām un aproksimētajām vērtībām konstatētas ļoti ciešas korelācijas (visos gadījumos $R = 0.991$). Visiem modeļiem vidējā novirze ir mazāka par ± 5 cm, prognozētā augstuma novirze ir mazāka par ± 0.21 %, bet variācijas koeficients mazāks par 2.41 % (3.14. tab.). Visiem modeļiem prognozētā augstuma vidējā novirze ir lielāka par nulli, tas nozīmē, ka aproksimētie modeļi prognozē sistemātiski piesardzīgākas nākošā perioda augstuma vērtības.

3.14. tabula. Aproximēto vienoto priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļu statistiskie rādītāji mētrājā, lānā un damaksnī ($N = 617$; $H_2 = 25.79$ m)

Modelis	MRES	MRES%	RMSE	RMSE%	MSE	R	AIC
CR	0.00	0.01	0.61	2.36	0.37	0.991	-611.21
HF	0.03	0.13	0.62	2.39	0.38	0.991	-593.47
HF I	0.00	0.02	0.61	2.35	0.37	0.991	-617.34
HF IV	0.05	0.21	0.62	2.41	0.39	0.991	-584.16
LK	0.04	0.15	0.62	2.40	0.38	0.991	-588.21
ST	0.00	0.00	0.61	2.35	0.37	0.991	-616.40

Apzīmējumi:

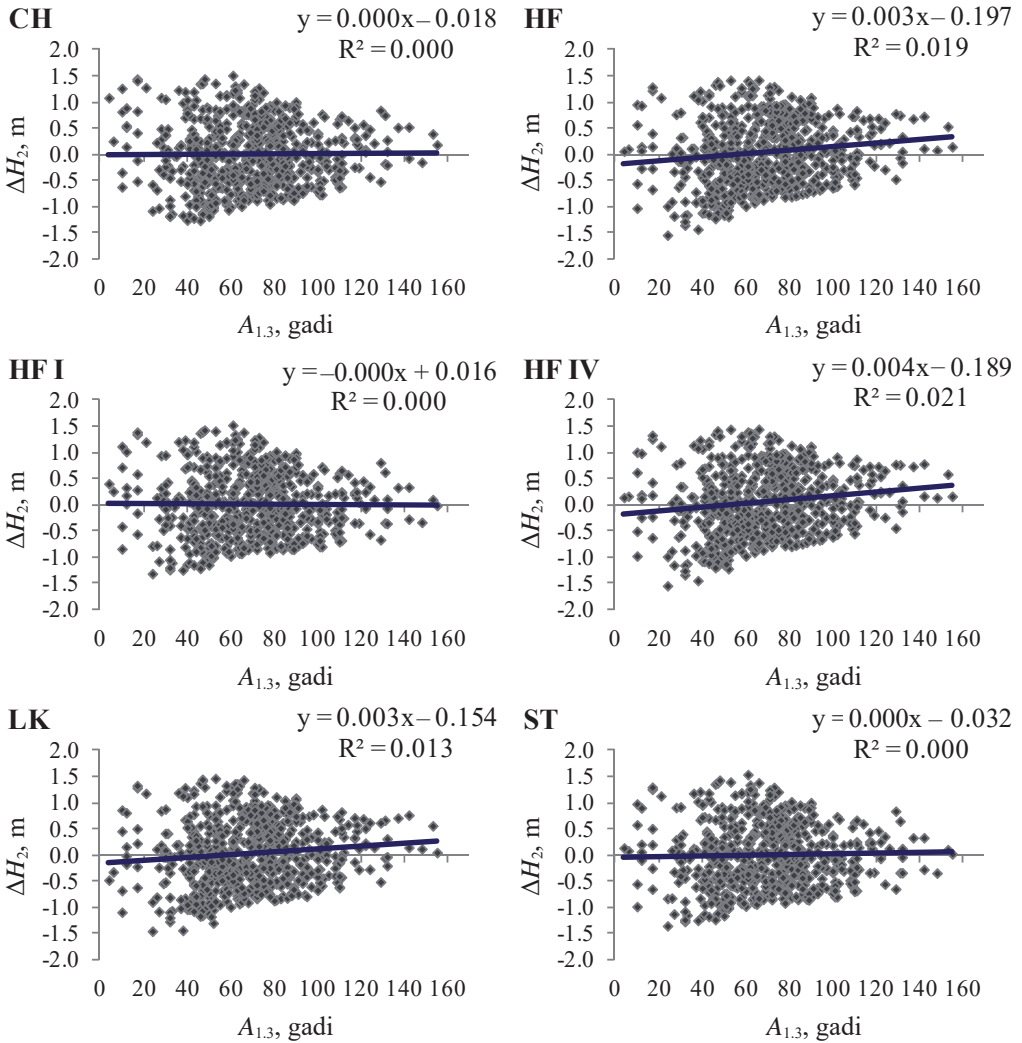
Modeļu statistiskie rādītāji: MRES – vidējā novirze, m; MRES% – procentuālā vidējā novirze, %; RMSE – standartnovirze, m; RMSE% – variācijas koeficients, %; MSE – vidējā kvadrātiskā kļūda, m; R – korelācijas koeficients; AIC – Akaikes informācijas kritērijs; N – analizē izmantoto koku skaits; H_2 – aritmētiski vidējais otrajā ciklā uzņēmtais koku augstums, m.

Statistiski viskorektāk priedes virsaugstuma augšanas gaitu mētrājā, lānā un damaksnī raksturo aproksimētie HF I un ST modeļi, jo tiem ir zemākie Akaikes informācijas kritēriji, bet visaugstākais Akaikes informācijas kritērijs ir HF IV modelim (3.14. tab.). HF I un ST modeļiem varbūtība pēc Akaikes informācijas indeksa, ka tie spēj korektāk prognozēt priedes virsaugstuma augšanas gaitas izmaiņas šajos meža tipos nekā pārējie modeļi, ir no 0.930 līdz 1.000 (3.15. tab.).

3.15. tabula. Aproximēti priedes virsaugstuma augšanas gaitas prognožu modeļu svērtais Akaikes informācijas kritērijs mētrājā, lānā un damaksnī

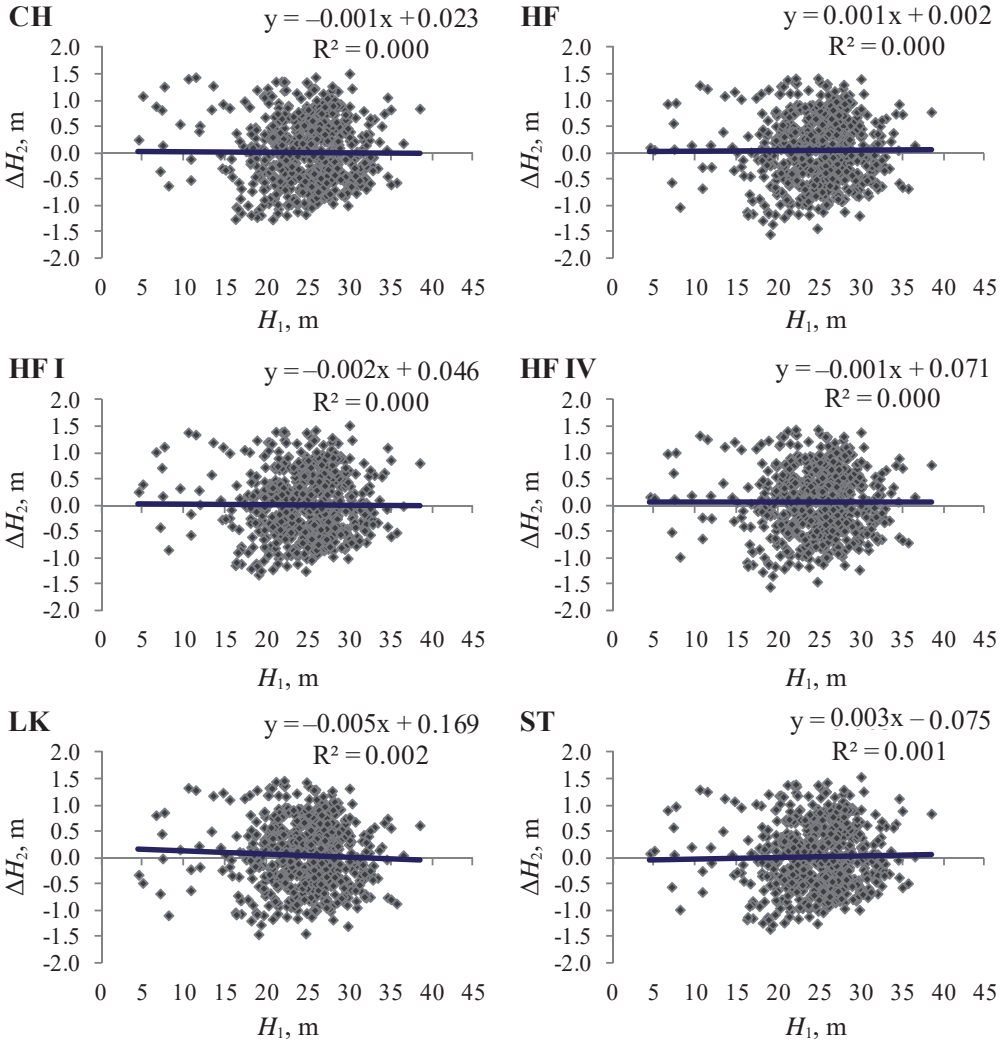
Modelis A	Modelis B					
	CR	HF	HF I	HF IV	LK	ST
CR	0.500	1.000	0.045	1.000	1.000	0.070
HF	0.000	0.500	0.000	0.991	0.933	0.000
HF I	0.955	1.000	0.500	1.000	1.000	0.615
HF IV	0.000	0.009	0.000	0.500	0.116	0.000
LK	0.000	0.067	0.000	0.884	0.500	0.000
ST	0.930	1.000	0.385	1.000	1.000	0.500

Aproksimētajiem HF, HF IV un LK modeļiem konstatētas būtiskas ($\alpha = 0.05$) lineāras sakarības ($R_{HF} = -0.138$, $R_{HF\ IV} = -0.145$ un $R_{LK} = -0.115 > R_{0.05;55} = 0.079$) starp augstuma novirzēm un krūšaugstuma vecumu, tomēr jāatzīmē, ka visos gadījumos šīs lineārās korelācijas ir vājas, un būtiskas tās ir lielā novērojumu skaita dēļ. Pārējiem modeļiem nav konstatētas būtiskas lineāras sakarības starp augstuma novirzēm un sākotnējo koku augstumu (3.22. att.).



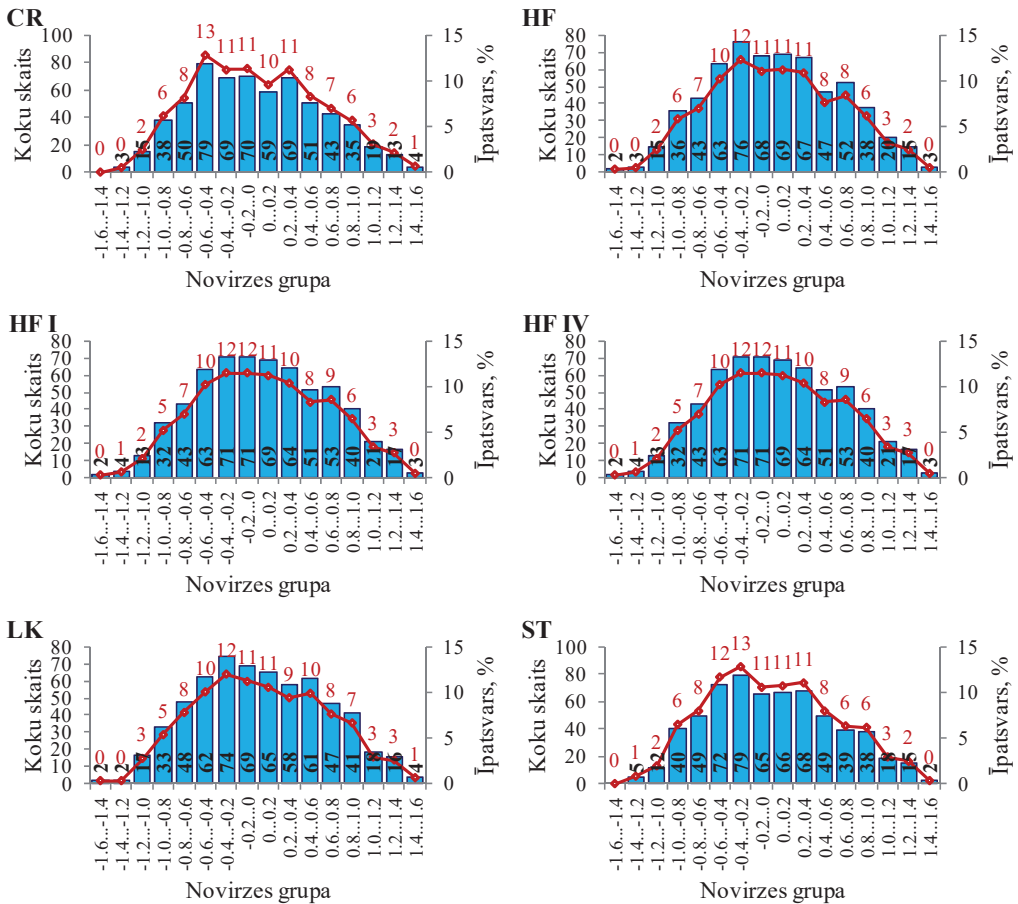
3.22. attēls. Priedes virsaugstuma starpības starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām (ΔH_2) atkarībā no sākotnējā krūšaugstuma vecuma ($A_{1,3}$) mētrājā, lānā un damaksnī.

Nevienam no aproksimētajiem modeļiem nav konstatētas būtiskas lineāras sakarības ($R_i < R_{krit}$) starp augstuma novirzēm (starpība starp uzmērīto un aproksimēto augstumu) un sākotnēji uzmērīto virsaudstumu (3.23. att.).



3.23. attēls. Priedes virsaudstuma starpības starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām (ΔH_2) atkarībā no sākotnējā uzmērītā virsaudstuma (H_1) mētrājā, lānā un damaksnī.

Visiem aproksimētajiem modeļiem 90–92 % koku prognozētais augstums atšķiras mazāk par 1 m, bet 63–65 % kokiem novirze ir mazāka par ± 0.60 m (3.24. att.).

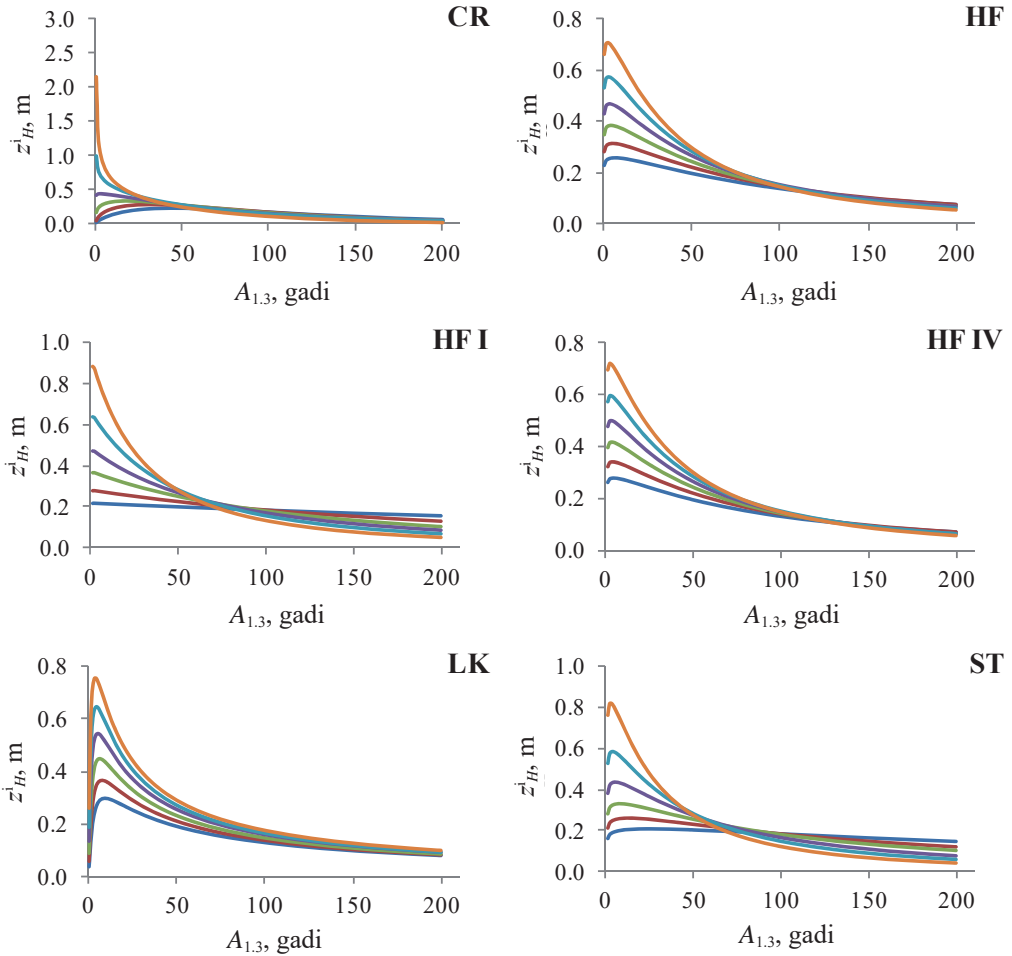


3.24. attēls. Koku skaits un īpatsvars atkarībā no novirzes (virsaugstuma starpības starp uzmērītajām un aproksimētajām vērtībām) grupas mētrājā, lānā un damaksnī.

Datu analizē izmantoto krūsausguma vecuma un virsausguma bonitāšu vērtību apgabalā ($A_{1,3} = 5...160$ gadi; $H_{100} = 18...39$ m) visi aproksimētie vienotie modeļi salīdzinoši precīzi (3.14. tab.) un loģiski (3.26. att.) raksturo priedes virsausguma augšanas gaitu mētrājā, lānā un damaksnī. Šajā vērtību apgabalā statistiski visprecīzāk virsausguma izmaiņas spēj raksturot aproksimētie ST un HF I virsausguma augšanas gaitas prognožu modeļi.

Ekstrapolējot modeļu prognozēto augšanas gaitu lielākā vecumā un meža tipiēm neraksturīgi zemās un augstās bonitātēs visloģiskākās virsausguma izmaiņas tiek prognozētas ar aproksimētajiem HF un HF IV vienādojumiem. Zemākās bonitātes audzēs aproksimētie HF I un ST vienādojumi prognozē neloģiski lielus augstuma pieaugumus

vecākās audzēs, bet aproksimētais CR vienādojums prognozē bioloģiski nepamatoti mazus pieaugumus mazākā vecumā (3.25. att.). Bet augstākās bonitātes audzēs aproksimētajām LK vienādojumam ir nepamatoti augsta asimptota un līdz ar to šis vienādojums prognozē nepamatoti lielus augstuma pieaugumus vecākās audzēs, bet aproksimētais CR vienādojums prognozē bioloģiski nepamatoti lielus augstuma pieaugumus mazākā vecumā (3.25. att.).



3.25. attēls. Mētrājā, lānā un damaksnī vienoto priedes virsaugstuma augšanas gaitas modeļu prognozētais tekošais ikgadējais augstuma pieaugums (z_H^i) dažādās virsaugstuma bonitātēs atkarībā no krūšaugstuma vecuma ($A_{1,3}$).

Augšanas gaita modelēta atkarībā no krūšaugstuma bāzes vecuma 100 gadi:

— $H_{100} = 21$ m, — $H_{100} = 24$ m, — $H_{100} = 27$ m, — $H_{100} = 30$ m, — $H_{100} = 33$ m, — $H_{100} = 36$ m.

Ņemot vērā spēju loģiski ekstrapolēt priedes virsausgštuma augšanas gaitu ārpus datu analīzē izmantotā krūšaugštuma vecuma un virsausgštuma bonitāšu vērtību apgabala, kā arī ņemot vērā vienādojumu statistiskos rādītājus, priedes virsausgštuma augšanas gaitas modelēšanā mētrājā, lānā un damaksnī ieteicams izmantot aproksimētos Hosfelda un Hosfelda IV bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļus:

- Hosfelda

$$H_2 = 1.3 + \frac{57.1072 + \frac{H_1 - 57.1072}{1 + 6111.539 \cdot H_1 \cdot A_1^{-1.0614}}}{1 - 6111.539 \cdot \frac{H_1 - 57.1072}{1 + 6111.539 \cdot H_1 \cdot A_1^{-1.0614}} \cdot A_2^{-1.0614}}, \quad (66)$$

- Hosfelda IV

$$H_2 = 1.3 + \frac{A_2^{1.0426}}{-17.0588 + 1080.620 \cdot \frac{A_1^{1.0426}}{H_1 - 1.3} + 17.0588 + \frac{A_1^{1.0426}}{H_1 - 1.3} + 17.0588} + \frac{A_1^{1.0426}}{1080.620 + A_1^{1.0426}} + \frac{A_1^{1.0426}}{1080.620 + A_1^{1.0426}} \cdot A_2^{1.0426}}, \quad (67)$$

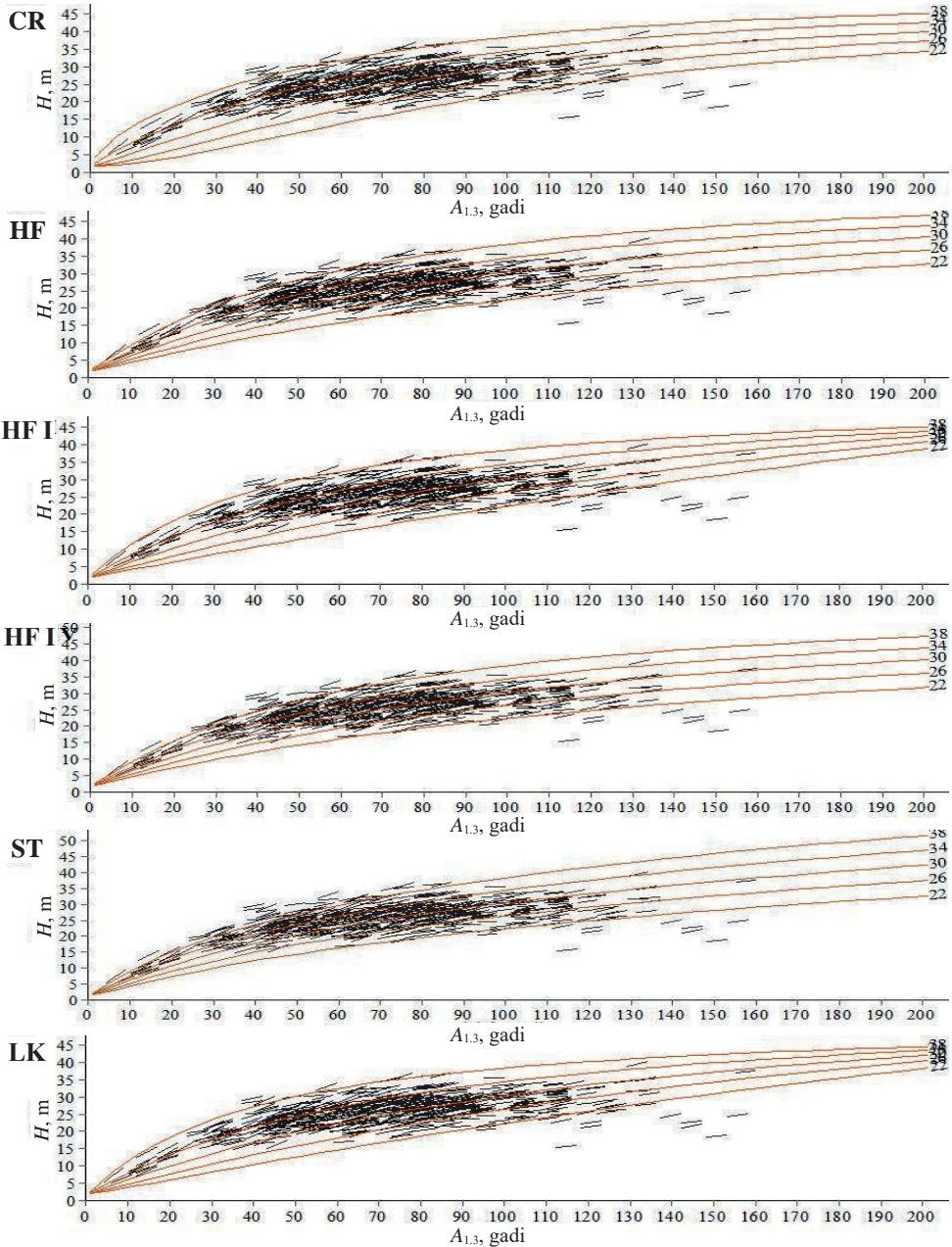
kur A_1 – krūšaugštuma vecums aktualizācijas perioda sākumā, gadi;

A_2 – krūšaugštuma vecums aktualizācijas perioda beigās, gadi;

H_1 – vidējais augstums aktualizācijas perioda sākumā, metri;

H_2 – vidējais augstums aktualizācijas perioda beigās, metri.

Ieteiktie vienotie priedes virsausgštuma augšanas gaitas vispārinātās algebriskās pieejas modeļiem modeļi (HF un HF IV) mētrājā, lānā un damaksnī var tikt izmantoti arī ārpus datu analīzē izmantoto datu krūšaugštuma vecuma un virsausgštuma bonitāšu apgabala. Visus modeļus var lietot krūšaugštuma vecumā no 5–200 gadiem, un virsausgštuma bonitātēs no 15 līdz 39 metriem.



3.26. attēls. Uzmērītās virsaugstuma (H) izmaiņas un ar GADA modeļiem aproksimētā virsaugstuma augšanas gaita atkarībā no krūšaugstuma vecuma ($A_{1,3}$) piedēm mētrājā, lānā un damaksnī.

Augšanas gaita modelēta atkarībā no augstuma krūšaugstuma bāzes vecumā 100 gadi; augstumi bāzes vecumā 22, 26, 30, 34 un 38 m.

KOPSAVILKUMS

Šobrīd Latvijā mežaudzes raksturošanai, kā arī saimnieciskās darbības plānošanā un regulēšanā tiek izmantots mežaudzes vidējais augstums, tomēr Latvijas likumdošanā nav pietiekami precīzi un atbilstoši starptautiskajām normām definēts mežaudzes vidējā augstuma jēdziens. Tādēļ ir nepieciešams Latvijas likumdošanā precīzi un atbilstoši starptautiskajām normām definēt mežaudzes vidējā augstuma jēdzienu.

Mežaudzes un meža elementa augstuma augšanas gaitas modelēšanai un mežaudzes produktivitātes raksturošanai par vispiemērotāko uzskatāms mežaudzes virsaugstums vai dominējošo koku augstums. Tādēļ praksē mežaudzes un meža elementa augstuma augšanas gaitas modelēšanai un mežaudzes produktivitātes raksturošanai ieteicams izmantot mežaudzes virsaugstumu, bet mežaudzes un meža elementa krājas aprēķināšanai – vidējā kvadrātiskā caurmēra koka augstumu.

Mežaudzes augstuma augšanas gaitas modelēšanā pēdējos gados plaši tiek izmantoti bāzes vecuma neatkarīgu funkciju vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļi jeb tā saucamie GADA (*generalized algebraic difference approach*) modeļi, kas ir *s*-veida polimorfiski modeļi ar dažādām asimptotām. Parastās priedes virsaugstuma augšanas gaitas raksturošanai silā, mētrājā, lānā un damaksnī katrā aprobēti seši dažādi prognožu modeļi, kas balstīti uz Čapmana-Ričardsa (*Chapman-Richards*), Hosfelda (*Hossfeld*), Hosfelda I, Hosfelda IV, Lunkvista-Korfa (*Lunqvist-Korf*) un Štranda (*Strand*) bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas (GADA) modeļiem. Mētrājā, lānā un damaksnī parastās priedes virsaugstuma augšanas gaita ir līdzīga, tādēļ šiem meža tipiem virsaugstuma gaitas raksturošanai ir aprobēti vienoti Čapmana-Ričardsa (*Chapman-Richards*), Hosfelda (*Hossfeld*), Hosfelda I, Hosfelda IV, Lunkvista-Korfa (*Lunqvist-Korf*) un Štranda (*Strand*) bāzes funkciju vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļi.

Parastās priedes virsaugstuma augšanas gaitas modelēšanā silā ieteicams izmantot atsevišķi silam izstrādātos Hosfelda vai Hosfelda IV bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļus (57. un 58. vienādojums). Parastās priedes virsaugstuma augšanas gaitas modelēšanā mētrājā, lānā un damaksnī ieteicams izmantot vienotos Hosfelda vai Hosfelda IV bāzes vienādojumu vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļus (66. un 67. vienādojums).

Ir nepieciešams pārbaudīt virsaugstuma augšanas gaitas bāzes vecuma neatkarīgu funkciju vispārinātās algebriskās diferences pieejas modeļus parastajai priedei pārējos meža tipos, kā arī citām Latvijā saimnieciski nozīmīgākajām koku sugām dalījumā pa meža tipiem.

LITERATŪRA

1. Akaike, H., 1973. Information theory and the maximum likelihood principle. In: Petrov, B.N. and Csaki, F. (eds.) *Second International Symposium on Information Theory*. Budapest: Akademiai Kiado, p. 267–281.
2. Bāders, E., Neimane, U., Adamovičs, A., Donis, J., Šņepsts, G. un Jansons, Ā., 2013. Atzarošanas ietekme uz parastās egles stumbra kvalitāti jaunaudzēs vecumā. *Mežzinātne* 27: 77–90.
3. Bailey, R.L. and Clutter, J.L., 1974. Base–age invariant polymorphic site curves. *Forest Science* 20: 155–159.
4. Baumanis, I., Jansons, Ā. un Neimane, U., 2014. *Priede. Selekcija, ģenētika un sēklkopība Latvijā*. Salaspils: LVMI Silava, DU AA „Saule”, 325 lpp.
5. Bisenieks, J., 2002. *Latvijas galveno meža koku sugu augšanas gaitas modeļu izstrāde. Pārskats*. Salaspils: LVMI Silava, 35 lpp.
6. Bugmann, H., 2001. A review of forest gap models. *Climatic Change* 51: 259–305.
7. Bunnell, F.L., 1989. *Alchemy and uncertainty: what good are models? Gen. Tech. Rep. PNW-GTR-232*. Portland, OR: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Pacific Northwest Research Station, 27 p.
8. Burkhart, H.E. and Tomé, M., 2012. *Modeling forest trees and stands*. Heidelberg, Germany: Springer, 457 p.
9. Bušs, M., Kāposts, V. un Sacenieks, R., 1974. *Meža mēslošana. Apskats*. Rīga: LRZTIPI, 56 lpp.
10. Cieszewski, C.J., 2002. Comparing fixed- and variable-base-age site equations having single versus multiple asymptotes. *Forest Science* 48: 7–23.
11. Cieszewski, C.J. and Bailey, R.L., 2000. Generalized algebraic difference approach: Theory based derivations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science* 46(1): 115–126.
12. Cieszewski, C.J., Strub, M. and Zasada, M., 2007. New dynamic site equation that fits best the Schwappach data for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in Central Europe. *Forest Ecology and Management* 243: 83–93.
13. Clutter, J.L., Fortson, J.S., Pienaar, L.V., Brister, G.H. and Bailey, R.L., 1983. *Timber management. A quantitative approach*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley & Sons, 333 p.
14. Dieguez-Aranda, U., Alvarez Gonzalez, J.G., Barrio Anta, M. and Rojo Alboreca, A., 2005. Site quality equations for *Pinus sylvestris* L. plantations in Galicia (northwestern Spain). *Annals of Forest Science* 62(2): 143–152.
15. Donis, J., Zariņš, J. un Rokpelnis, M., 2007. *Ekstrēmu vēju ātrumu ietekmes uz kokaudzēs noturību novērtējums, lēmuma pieņemšanas atbalsta sistēmas izstrāde. Pārskats*. Salaspils: LVMI Silava, 48 lpp. [tiešsaiste] [skatīts 14.04.2017.]. Pieejams: http://www.silava.lv/userfiles/file/Projektu%20parskati/2007_Donis_MAF_s259.pdf.

16. Donis, J., Lazdiņš, A., Jansons, J., Zariņš, J., Zdors, L. un Šņepsts, G., 2012. *Latvijas meža resursu ilgtspējīgas, ekonomiski pamatotas izmantošanas un prognozēšanas modeļu izstrāde. Pārskats*. Salaspils: LVMI Silava, 67 lpp. [tiešsaiste] [skatīts 13.02.2017.] Pieejams: http://www.silava.lv/userfiles/file/Projektu%20parskati/2012_Donis_MAF_S95.pdf.
17. Donis, J., 2014. Latvijas mežsaimnieciski nozīmīgāko koku sugu pilnveidotās bonitāšu skalas. Grām.: Donis, J., Zālītis, P., Ruņģis, D., Gaitnieks, T. un Jansons, J. *Četri mežzinātņu moļīvi*. Salaspils: LVMI Silava, DU AA Saule, 13.–36. lpp.
18. Donis, J. un Šņepsts, G., 2014. *Zinātniskā pamatojuma izstrāde informācijas aktualizācijai meža valsts reģistrā. Pārskats*. Salaspils: LVMI Silava, 59 lpp. [tiešsaiste] [skatīts 07.01.2017.]. Pieejams: https://www.zm.gov.lv/public/ck/files/ZM/mezhi/MAF/PARSKATS_Informācijas_aktualizācijai_MVR_Silava.pdf.
19. Donis, J., Šņepsts, G., Šēnhofs, R., Zdors, L. un Treimane, A., 2015. *Mežaudžu augšanas gaitas un pieauguma noteikšana, izmantojot pārmērītos meža statistiskās inventarizācijas datus. Pārskats*. Salaspils: LVMI Silava, 75 lpp. [tiešsaiste] [skatīts 07.01.2017.]. Pieejams: http://www.lvm.lv/images/lvm/Petijumi_un_publicācijas/Petijumi/AGM_gala_ataskaite.pdf.
20. Eichhorn, J., Roskams, P., Ferretti, M., Mues, V., Szepesi, A., Durrant, D., Öck, H.-W., Nevalainen, S., Bussotti, F., Garcia, P. and Wulff, S., 2016. Part IV: Visual Assessment of Crown Condition and Damaging Agents. In: UNECE ICP Forests Programme Coordinating Centre (ed.): *Manual on methods and criteria for harmonized sampling, assessment, monitoring and analysis of the effects of air pollution on forests*. Eberswalde: Thünen Institute of Forest Ecosystems, 54 p. [tiešsaiste] [skatīts 08.02.2017.]. Pieejams: http://www.icp-forests.org/pdf/manual/2016/Manual_Part_IV.pdf.
21. Elfving, B., 2010. *Growth modelling in the Heureka system*. Uppsala: Swedish University of Agricultural Sciences, Faculty of Forestry, 99 p. [tiešsaiste] [skatīts 07.01.2017.]. Pieejams: http://heureka.slu.org/mw/images/9/93/Heureka_prognos_system_%28Elfving_rapportutkast%29.pdf.
22. Elfving, B. and Kiviste, A., 1997. Construction of site index equations for *Pinus sylvestris* L. using permanent plot data in Sweden. *Forest Ecology and Management* 98: 125–134.
23. Fabrika, M. and Āurskŷ, J., 2005. Algorithms and software solution of thinning models for SIBYLA growth simulator. *Journal of Forest Science* 51: 431–445.
24. Fabrika, M. and Pretzsch, H., 2011. *Analýza a modelovanie lesných ekosystémov*. Zvolen: Technická univerzita vo Zvolene, 599 p.
25. *FRA 2015 Terms and Definitions. Forest Resources Assessment Working Paper 180*, 2012. Rome: FAO, 31 p.
26. Gadow von, K. and Hui, G., 1999. *Modelling forest development*. Dordrecht: Kluwer academic publishers, 213 p.
27. Hart, M.J., 1928. *Stamtal en dunning. Dissertation*. Wageningen: H. Veenman & zonen, 219 p.
28. Hasenauer, H., 2006. Concepts related to general modelling issues. In: H. Hasenauer

- (ed.) *Sustainable forest management. Growth models for Europe*. Berlin, Heidelberg: Springer, pp. 1–17.
29. Hynynen, J., Ojansuu, R., Hökkä, H., Siipilehto, J., Salminen, H. and Haapala, P., 2002. *Models for predicting stand development in MELA System. Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja. Research papers 835*. Vantaa Research Center: The Finnish Forest Research Institute, 116 p.
30. Jansons, Ā., 2010. *Sagaidāmās klimata izmaiņas Latvijā. Pētījuma „Meža apsaimniekošana klimata izmaiņu kontekstā” pārskats*. Salaspils: LVMI Silava, 31 lpp. [tiešsaiste] [skatīts 07.01.2017.]. Pieejams: http://www.silava.lv/userfiles/file/Klim_izm_meza_apsaimn_2010.pdf.
31. Jansons, Ā., 2013. *Egles augošu koku atzarošana un mehānisko stumbra aizsardzības pasākumu ietekme uz turpmāko koka augšanu un tā kvalitāti. Pārskats*. Salaspils: LVMI Silava, 42 lpp. [tiešsaiste] [skatīts 07.01.2017.]. Pieejams: http://www.lvm.lv/images/lvm/Petijumi_un_publicikijas/Petijumi/Egles_atzarosana_un_aizsardzibas_pasakumu_ietekme.Petijuma_gala_ataskaite.pdf.
32. Jansons, Ā., 2015. *Meža apsaimniekošanas risku izmaiņu prognozes un to mazināšana. Pārskats*. salaspils: LVMI Silava, 174 lpp. [tiešsaiste] [skatīts 24.03.2017.]. Pieejams: http://www.lvm.lv/images/lvm/Petijumi_un_publicikijas/Petijumi/Mezsaimniecibas_riski_2015.pdf.
33. Jansons, J. un Līcīte, I., 2010. Latvia. In: Tomppo, E., Gschwantner, T., Lawrence, M. and McRoberts, R.E. (eds.) *National Forest Inventories: Pathways for Common Reporting*. Dordrecht: Springer, pp. 341–350.
34. Kangur, A., Sims, A., Jõgiste, K., Kiviste, A., Korjus, H. and Gadov von, K., 2007. Comparative modeling of stand development in Scots pine dominated forests in Estonia. *Forest Ecology and Management* 250: 109–118.
35. Kāposts, V., 1981. *Mežaudžu barošanās režīms un to mēslošana: Apskats*. Rīga: LatZTIZPI, 55 lpp.
36. *Kārtība, kādā novērtē atlīdzības apmēru par saimnieciskās darbības ierobežojumiem īpaši aizsargājamās dabas teritorijās un mikrolieģumos, kā arī izmaksā un reģistrē atlīdzību*. Ministru kabineta 2006. gada 21. marta noteikumi Nr. 219 [tiešsaiste] [skatīts 08.02.2017.]. Pieejams: <http://m.likumi.lv/doc.php?id=131799>.
37. Krumland, B. and Eng, H., 2005. *Site index systems for major young-growth forest woodland species in northern California. California Forestry Report 4*. Sacramento, CA: Department of Forestry and Fire Protection, State of California Resources Agency: 219 p.
38. Kuliešis, A., 1993. *Lietuvos medynų prieaugio panaudojimo normatyvai. [Forest yield models and tables in Lithuania]*. Kaunas: Girios Aidas, 384 p.
39. Laar van, A. and Akça, A., 2007. *Forest mensuration*. Dordrecht: Springer, 383 p.
40. Lazdiņš, A., Lazdiņa, D., Kariņš, Z., Rozītis, G., Jansons, Ā. un Bārdulis, A., 2014. *Meža mēslošanas ietekme uz kokaudžu vērtības pieaugumu. Pārskats*. Salaspils: LVMI Silava, 110 lpp. [tiešsaiste] [skatīts 24.03.2017.]. Pieejams: http://www.lvm.lv/images/lvm/Petijumi_un_publicikijas/Petijumi/Gala_ataskaite_mezaudzu_meslošanas_ietekme.pdf.

41. Liepa, I., 1996. *Pieauguma mācība*. Jelgava: LLU, 123 lpp.
42. Liepa, I., Mauriņš, A. un Vimba, E., 1991. *Ekoloģija un dabas aizsardzība*. Rīga: Zvaigzne, 301 lpp.
43. Liepa, I., Miežīte, O., Luguza, S., Šulcs, V., Straupe, I., Indriksons, A., Dreimanis, A., Saveļjevs, A., Drēska, A., Sarmulis, Z. un Dubrovskis, D., 2014. *Meža tipoloģija. Mācību līdzeklis LLU Meža fakultātes studentiem un nozares speciālistiem*. Jelgava: Latvijas Lauksaimniecības universitāte, Meža fakultāte, Studentu biedrība „Šalkone”, Meža izglītības bibliotēka, 118 lpp.
44. Matthews, R.W., Jenkins, T.A.R., Mackie, E.D. and Dick, E.C., 2016. *Forest Yield: A handbook on forest growth and yield tables for British forestry*. Edinburgh: Forestry Commission, 92 p.
45. Matuzānis, J., 1983. *Audžu augšanas gaitas un produktivitātes modeļi*. Apskats. Rīga, LatZTIZPI, 32 lpp.
46. Matuzānis, J. un Tauriņš, J., 1971. *Audžu pieaugums*. Apskats. Rīga: LRZTIPI, 32 lpp.
47. *Meža inventarizācijas un Meža valsts reģistra informācijas aprites noteikumi*. Ministru kabineta 2016. gada 21. jūnija noteikumi Nr. 384 [tiešsaiste] [skatīts 08.02.2017.]. Pieejams: <http://m.likumi.lv/doc.php?id=131799>.
48. *Meža likums*. LR likums, 2000. [tiešsaiste] [skatīts 08.02.2017.]. Pieejams: <http://likumi.lv/doc.php?id=2825>.
49. *Meža statistiskās inventarizācijas veikšanas un mežaudzes sekundāro parametru aprēķināšanas metodika*, 2013. [tiešsaiste] [skatīts 08.02.2017.]. Pieejams: http://www.silava.lv/userfiles/file/Nacionalais%20meza%20monitorings/Me%C5%BEa%20resursu%20monitoringa%20metodika%2026_04_2013.pdf.
50. Monserud, R., 2003. Evaluating forest models in a sustainable forest management context. *Forest Biometry, Modelling and Information Sciences* 1: 35–47.
51. Motulsky, H.J. and Christopoulos, A., 2003. *Fitting models to biological data using linear and nonlinear regression. A practical guide to curve fitting*. San Diego CA USA: GraphPad Software Inc., 351 p.
52. *Noteikumi par koku ciršanu mežā*. Ministru kabineta 2012. gada 18. decembra noteikumi Nr. 935 [tiešsaiste] [skatīts 08.02.2017.]. Pieejams: <http://likumi.lv/doc.php?id=253760>.
53. Ozoliņš, R., 2002. Forest stand assortment structure analysis using mathematical modelling. *Forestry Studies [Metsanduslikud Uurimused]* 37: 33–42.
54. Ozols, J., 1926. *Meža taksācija un ierīcība*. Rīga: Meža departamenta izdevums, 173 lpp.
55. Palahí, M., Tomé, M., Pukkala, T., Trasobares, A. and Montero, G., 2004. Site index model for *Pinus sylvestris* in north-east Spain. *Forest Ecology and Management* 187: 35–47.
56. Pommerening, A., 2007. *Basic tree variables, forestry summary characteristics and biodiversity measures*. 33 p. [tiešsaiste] [skatīts 08.02.2017.]. Pieejams: <http://www.pommerening.org/wiki/images/e/eb/ForestrySummaryCharacteristics.pdf>.
57. Porte, A. and Bartelink, H.H., 2002. Modelling mixed forest growth: a review of

- models for forest management. *Ecological Modelling* 150: 141–188.
58. Pretzsch, H., Biber, P. and Āurský, J., 2002. The single tree based stand simulator SILVA. Construction, application and evaluation. *Forest Ecology and Management* 162: 3–21.
59. Pretzsch, H., 2009. *Forest dynamics, growth and yield*. Berlin, Heidelberg: Springer, 664 p.
60. Reineke, L.H., 1933. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. *Journal of Agricultural Research* 46: 627–638.
61. Sacenieks, R. un Matuzānis, J., 1964. *Mežsaimniecības tabulas*. Rīga: Latvijas valsts izdevniecība, 207 lpp.
62. Sarma, P., 1948. *Meža taksācija*. Rīga: Latvijas Valsts izdevniecība, 590 lpp.
63. Sharma, R.P., Brunner, A., Eid, T. and Øyen, B.H., 2011. Modelling dominant height growth from national forest inventory individual tree data with short time series and large age errors. *Forest Ecology and Management* 262: 2162–2175.
64. Shugart, H.H., 1984. *A Theory of Forest Dynamics: the Ecological Implications of Forest Succession Models*. New York: Springer, 278 p.
65. Skovsgaard, J.P. and Vanclay, J.K., 2008. Forest site productivity: a review of the evolution of dendrometric concepts for even-aged stands. *Forestry* 81: 12–31.
66. Skudra, P. un Dreimanis, A., 1993. *Mežsaimniecības pamati*. Rīga: Zvaigzne, 263 lpp.
67. Soest van, J., Ayril, P., Schober, R. and Hummel, F.C., 1965. The standardization of symbols in forest. *Maine Agricultural Experiment Station Technical Bulletin* 15: 32 p.
68. Spiecker, H., 1999. Growth Trends in European Forests – Do We Have Sufficient Knowledge? In: Karjalainen, T, Spiecker, H. and Laroussinie, O. (eds.) *Causes and Consequences of Accelerating Tree Growth in Europe*. EFI Proceedings No. 27. Nancy: European Forest Institute, pp. 157–171.
69. Spiecker, H., 1999a. Overview of recent growth trends in European forests. *Water, Air, and Soil Pollution* 116(1–2): 33–46.
70. Teuffel von, K., Hein, S., Koter, M., Pinto-Preuhsler, E., Puumalainen, J. and Weinfurter, P., 2006. End User Needs and Requirements. In: Hasenauer, H. (ed.), *Sustainable forest management. Growth models for Europe*. Berlin, Heidelberg: Springer, pp. 19–38.
71. Vanclay, J.K., 1994. *Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests*. Copenhagen, Denmark: Wallingford UK: CAB International, Department of Economics and Natural Resource, Royal Veterinary and Agricultural University, 312 p.
72. Weiskittel, A.R., Hann, D.W., Kershaw, J.A.Jr. and Vanclay, J.K., 2011. *Forest growth and yield modeling*. Chichester, UK: John Wiley & Sons Ltd., 415 p.
73. West, P.W., 2009. *Tree and Forest Measurement. 2nd Edition*. Berlin, Heidelberg: Springer, 191 p.
74. Zālītis, P., 2006. *Mežkopības priekšnosacījumi*. Rīga: SIA „et cetera”, 219 lpp.
75. Zālītis, P. un Jansons, J., 2013. *Latvijas meža tipoloģija un tās sākotne*. Salaspils: LVMI Silava, DU AA Saule, 167 lpp.
76. Zālītis, P., Jansons, J. un Indriksons, A., 2013. Mežaudžu parametri hidrotehniski meliorētajos mežos pēdējos piecdesmit gados. *Mežzinātne* 27: 36–66.

77. Zeide, В., 1978. Standardization of growth curves. *Journal of Forestry* 76: 289–292.
78. Кивисте, А.К., 1988. *Функции роста леса. Учебно- справочное пособие*. Тарту: Эстонская сельскохозяйственная академия, 108 с.
79. Матузанис, Я.К. (ред.), 1988. *Нормативы для таксации леса Латвийской ССР*, Рига: Леспроект, 175 с.

PATEICĪBAS

Darbs izstrādāts LVMI Silava a/s „Latvijas valsts meži” pasūtīto pētījumu „Mežaudžu augšanas gaitas un pieauguma noteikšana, izmantojot pārmērītos meža statistiskās inventarizācijas datus” un „Augšanas gaitas modeļu pilnveidošana” ietvaros. Pētījumi veikti a/s „Latvijas valsts meži” un LVMI Silava 2011. gada 11. oktobra memoranda „Par sadarbību zinātniskajā izpētē” ietvaros.

Pateicība LVMI Silava direktoram Jurgim Jansonam par iespēju darbā izmantot meža statistiskās inventarizācijas parauglaukumu datus.

Datorsalikums. Metiens 150 eks.
Iespests SIA *Latgales druka*, Baznīcas iela 28, Rēzekne, tālr. 64625938